



# A nehézségi erőter gradienseinek függőleges irányú változása



Dr. Völgyesi Lajos egyetemi docens  
BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszék,  
MTA-BME Fizikai Geodéziai és Geodinamikai Kutatócsoport  
Ullmann Zita egyetemi hallgató  
BME Építőmérnöki Kar

## Bevezetés

A nehézségi erőter gradienseinek magassági változásával kapcsolatos vizsgálatok több szempontból is fontosak. A gravimetriában részben a nehézségi gyorsulás méréseknek, részben az Eötvös-inga méréseknek a referencia szintre történő átszámításakor; másrészt például a GOCE műholdon tervezett gradiométerek kalibrációjához felhasználásra szánt Eötvös-inga mérések esetében. A vizsgálatokat kétféle tömegmodellen végeztük: az egyik a 2002. évi dunai árvíz tömegmodellje, a másik a Gellért-hegyen található víztározó medence modellje.

## A nehézségi erőter gradiensei

A valódi nehézségi erőter  $W$  potenciáljának második deriváltjai egyetlen szimmetrikus tenzorba, az *Eötvös-féle tenzorba* foglalhatók:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} W_{xx} & W_{xy} & W_{xz} \\ W_{yx} & W_{yy} & W_{yz} \\ W_{zx} & W_{zy} & W_{zz} \end{bmatrix}.$$

(Az Eötvös-tenzorban szereplő mennyiségek mértékegysége  $1\text{ms}^{-2}/\text{m} = 1\text{s}^{-2}$ . Korábban ennek  $10^9$ -szeresét használták és ezt EÖTVÖS Loránd tiszteletére *1 Eötvösnek* nevezték ( $1E = 10^{-9} \text{s}^{-2}$ ).

Valamely szintfelület tetszőlegesen kiválasztott környezetében minden irányban változik, vagy változhat a nehézségi gyorsulás. A helyi vízszintes síkban található egy olyan irány, amely mentén legnagyobb a változás. Ha ezen vízszintes  $s$  irány mentén képezzük a nehézségi gyorsulás differenciálhányadosát, akkor a vízszintes, vagy *nívófelületi gradienst* kapjuk. Ez vektormennyiség; iránya a legnagyobb változás vízszintes iránya. A nívófelületi gradiens a potenciállal kifejezve (ha  $z$  a függőleges irány):

$$\frac{\partial g}{\partial s} = \frac{\partial^2 W}{\partial z \partial s} = W_{zs}.$$

Ennek derékszögű összetevői:

$$\frac{\partial g}{\partial x} = \frac{\partial^2 W}{\partial z \partial x} = W_{zx}; \quad \frac{\partial g}{\partial y} = \frac{\partial^2 W}{\partial z \partial y} = W_{zy}.$$

Megállapodás szerint  $+x$  az északi,  $+y$  a keleti irány.

Ha a nehézségi gyorsulást a  $z$  függőleges irány szerint differenciáljuk, a nehézségi gyorsulás *függőleges (vertikális) gradienst* kapjuk:

$$\frac{\partial g}{\partial z} = \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = W_{zz}.$$

A vertikális gradiens a nehézségi gyorsulásnak a függőleges irányban mért távolságegységre eső megváltozását adja.

A nehézségi erő szintfelületei alakjának a gömbi szimmetriától tapasztalható eltérést az ún. *gömbületi eltéréssel* lehet jellemezni. A *szintfelület görbületi eltérése* (vagy EÖTVÖS elnevezésével a horizontális irányítóképesség) nem más, mint a szintfelület valamely pontjában a legnagyobb és a legkisebb görbület különbségének és az illető pontban a nehézségi gyorsulásnak a szorzata (Völgyesi, 2002), mely az Eötvös-inga mérésekkel kifejezve:

$$R = \sqrt{W_{\Delta} - 4W_{xy}},$$

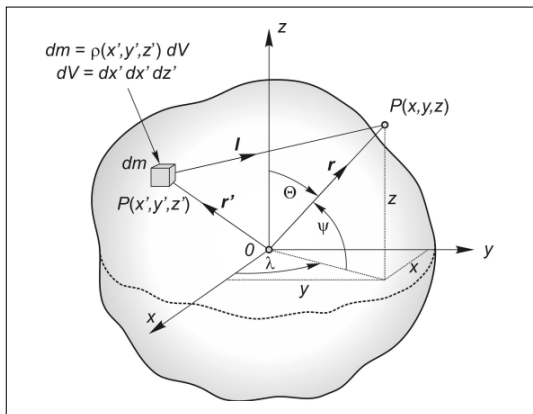
ahol

$$W_{\Delta} = W_{yy} - W_{xx}.$$

Az 1. ábrán látható tetszőleges alakú és sűrűségeloszlású tömeg esetében a tömegvonzási potenciál

$$V = k \iiint_{x' y' z'} \frac{\rho(x', y', z')}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{3/2}} dx' dy' dz'$$

alakjából kiindulva ( $k$  a Newton-féle tömegvonzási állandó,  $\rho$  a tömegelem sűrűsége) a megfelelő koordináták szerinti differenciálással az Eötvös-tenzor elemei elvileg egyszerűen előállíthatók. A gyakorlati számítások során különböző térfogatelemek választhatók, ezek közül legelőnyösebb a polihedron térfogatelemek alkalmazása (Benedek, 2002). Vizsgálataink során a számításokhoz a Cerovský-féle Mod3D szoftvert használtuk, amely szintén polihedron térfogatelemeket alkalmazott (Cerovský et al, 2004).



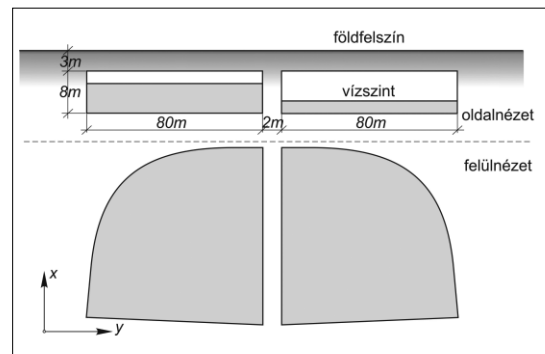
1. ábra A tömegvonzás számítási modellje [ $\rho(x', y', z')$  a sűrűségfüggvény,  $dV$  a térfogatelem]

### A vizsgált tömegmodellek

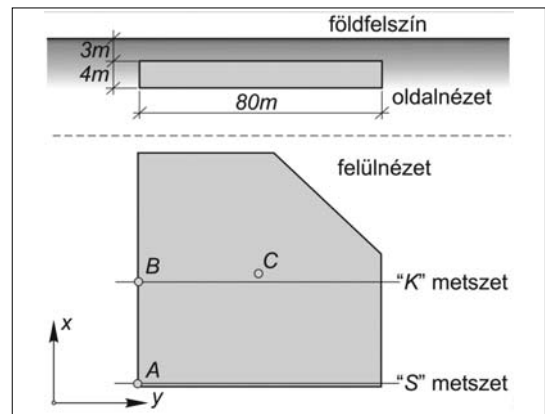
A 2. ábrán látható Gellért-hegyi víztározó a hegy DNY-i oldalán 3 méterrel a felszín alatt található (Csapó-Szabó-Völgyesi, 2003; Völgyesi-Tóth, 2004). Két szimmetrikus részből áll, amelyek majdnem negyedkör alakúak. Mindkét tároló medence 8 méter magasságú, az alapja  $80 \times 80$  méteres négyzetben fér el, és a két feltároló egymástól 2 méter távolsága fekszik. Számításaink során csak az egyik feltárolóval foglalkoztunk, amelyet a 3. ábrán látható levágott sarkú négyzettel modelleztünk. A tározóban lévő víztömeget  $2,5 \times 2,5$  m négyzet alapú és 4 m magasságú tömegelemekre osztottuk, majd ezek gravitációs hatását összegeztük. A gradiensek értékét a földfelszín felett különböző magasságokban olyan  $32 \times 32$  pont kiterjedésű négyzetrács sarkpontjaira számítottuk, amely rácstávolsága mindkét irányban 2,5 m.

A Duna Műgyetem előtti, 2002. évi árvízi tömegének modellje a 4. ábrán látható (Csapó-Szabó-Völgyesi, 2003; Völgyesi-Tóth, 2004). A  $420 \times 630$  m kiterjedésű tömegmodell olyan

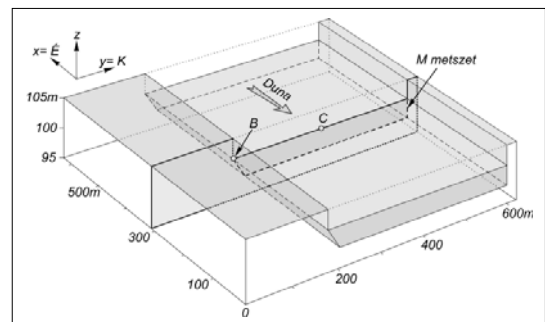
téglatest, amelynek a Műgyetem parti oldalán az  $M$  metszetben látható módon a partalakulatnak megfelelően a határoló felülete ferde sík. A Duna árvízi víztömegét  $10 \times 10$  m négyzet alapú és 4 m magasságú tömegelemekre osztottuk, majd ezek gravitációs hatását összegeztük. A gradiensek értékét a földfelszín felett különböző magasságokban olyan  $64 \times 64$  pont kiterjedésű négyzetrács sarkpontjaira számítottuk, amely rácstávolsága mindkét irányban 10 m.



2. ábra A Gellért-hegyi víztározó medencék



3. ábra A Gellért-hegyi víztározó tömegmodellje



4. ábra A Duna árvíztömegének modellje

## A gradiensek számítására alkalmazott szoftver

Számításaink során a CEROVSKÝ által készített tetszőleges alakú és sűrűségeloszlású tömegek gravitációs hatásának számítására alkalmas Mod3D szoftvert használtuk (Cеровský et al, 2004). Alkalmazásával lehetséges az adott tömeg által keltett tömegvonzási erőter összetevőinek számítása és a teljes Eötvös-tenzor elemeinek meghatározása. A számítások során a szoftver az általunk megadott felbontással a tömegelemek hatását összegezi. A tömegvonzási erő összetevői, illetve a gradiensek kiszámított értékei különböző nézetben szemléltethetők.

## A számítások paraméterei

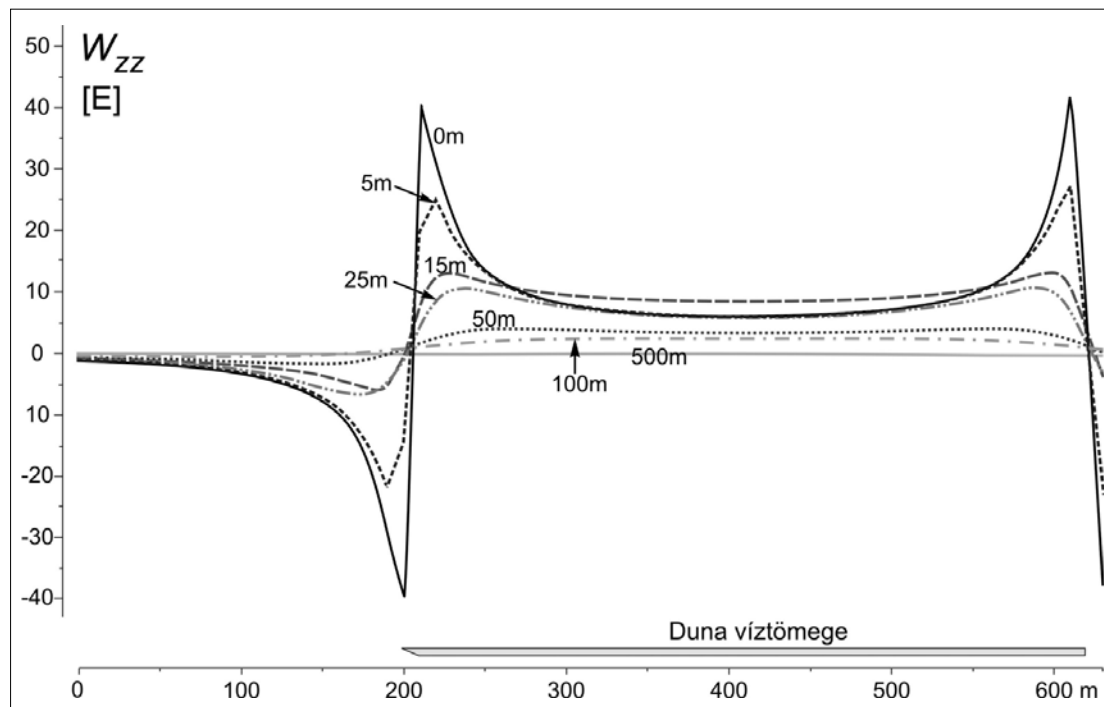
Mindkét tömegmodellünk esetén tíz különböző magasságban határoztuk meg az Eötvös-tenzor elemeit: a földfelszín felett 0, 5, 15, 30, 50, 75, 100, 200, 400, 600 és 1000 m magasságban. A magasságokat a földfelszín közelében sűrűbben vettük fel, hiszen itt a rövidebb hullámhosszú összetevők jobban érvényesülnek, és ezek változása a magassággal jelentősebb. A tömegmodellek által keltett tömegvonzási erőter összetevőit

és a gradienseket nem csupán a modellek felett számítottuk, hanem a hatást a tömegek mellett is vizsgáltuk. Mindkét tömegmodell esetében a víz sűrűségét  $1000 \text{ kg/m}^3$  értéknek tekintettük.

## Számítási eredmények

A gravimetriában az egyik legizgalmasabb kérdés a vertikális gradiens magasságfüggése, ezért vizsgálatainkat először erre koncentráltuk. Első lépésben előállítottuk a Duna-modell esetében a  $64 \times 64$  pontból álló négyzetrács sarokpontjaiban kiszámított vertikális gradiens értékeket a földfelszín felett 0, 5, 15, 30, 50, 75, 100, 200, 400, 600 és 1000 m magasságban. Az 5. ábrán a Duna árvízi tömegének a 4. ábrán jelzett „M” metszetében látható vertikális gradiens értékek magasságfüggését vehetjük szemügyre.

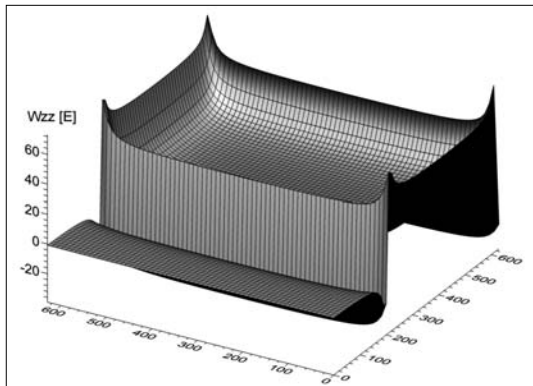
Emellett a könnyű áttekinthetőség és szemléletesség kedvéért megszerkesztettük az azonos  $W_{zz}$  értékű felületek ábráit is a 0, 10, 100, 500 és az 1000 m magasságokban; amelyek rendre a 6. 7. 8. 9. és a 10. ábrán láthatók. Az ábrákon jól kivehető, hogy 40–50 m magasság közelében tapasztalható egy fordulópont, ahol a felületek alakjának jellege alapvetően megváltozik, a 6. és a 7. ábrán a kisebb magasságokat jellemző *peremhatás* a



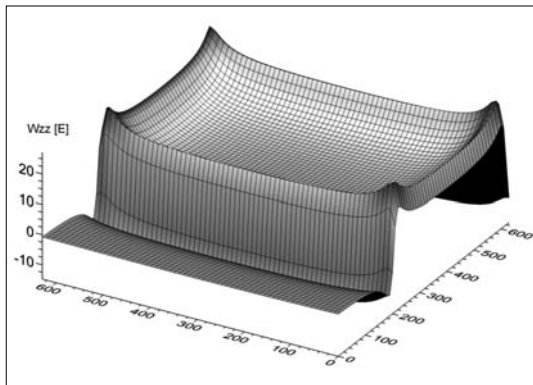
5. ábra A vertikális gradiens magassági változása a Duna-modell „M” metszetében

nagyobb magasságokban teljesen eltűnik. Ez a peremhatás igen jelentős, a Duna partján a vertikális gradiensnek a víz tömege által okozott változása közvetlenül a modell széle mellett több mint 40 E (1 E = 1 Eötvös egység =  $10^{-9}$   $1/s^2$ ). A Duna modell esetében a 6. és a 7. ábrán, a sarokpontokban látható kiugróan nagy gradiens értékeknek nincs jelentősége, ez kizárólag az általunk választott modell sajátossága, ugyanis a számításaink során a folyó víztömegének csak egy 620 m hosszúságú szakaszát vettük figyelembe, és így a Duna folyásirányába eső peremhatásnak nincs valódi jelentése.

Megfigyelhető az ábrákon, hogy a legnagyobb vertikális gradiens értékek a magasság növekedésével a modell szélétől a középpont felé tolódnak, miközben a peremhatás gyors csökkenésével a görbék alakja is megváltozik. Megállapítható továbbá, hogy a modell középpontja feletti gradiens értékek nem csökkennek olyan markánsan, mint a széleken. A 8., 9. és a 10. ábrán látható,



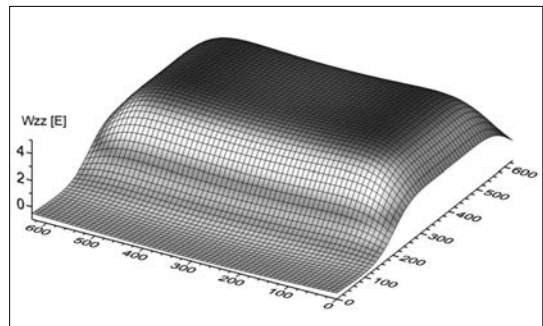
6. ábra A vertikális gradiens értékek eloszlása 0 m magasságban a Duna-modell felett



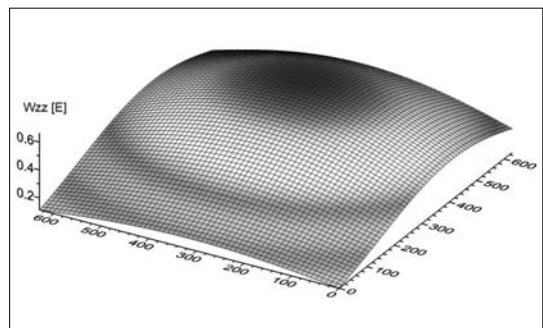
7. ábra A vertikális gradiens értékek eloszlása 10 m magasságban a Duna-modell felett

hogy 100 m magasság felett a Duna partja feletti peremhatás már gyakorlatilag nem mutatható ki. A Duna 4 m magasságú árvízi tömegének hatása a vertikális gradiens változására 500 m magasság felett mindenütt 1 E érték alatt marad, ami egy Eötvös-ingával megegyező érzékenyséű gradióméterrel sem lenne kimutatható.

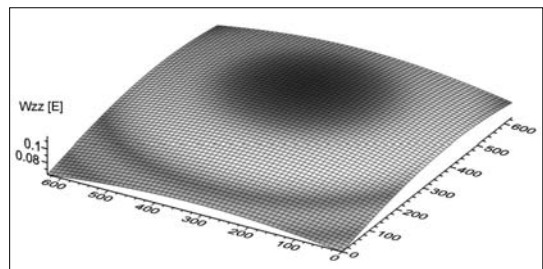
A Gellért-hegyi tömegmodell esetében pontosan ugyanez figyelhető meg, a különbség mindössze annyi, hogy ennél a tömegmodellnél a peremhatás már kb. 15 m magasságban eltűnik, ellentétben a Duna modellel, ahol ez a magasság kb. 50 méter. Az azonos  $W_{zz}$  értékű felületek alak-



8. ábra A vertikális gradiens értékek eloszlása 100 m magasságban a Duna-modell felett



9. ábra A vertikális gradiens értékek eloszlása 500 m magasságban a Duna-modell felett

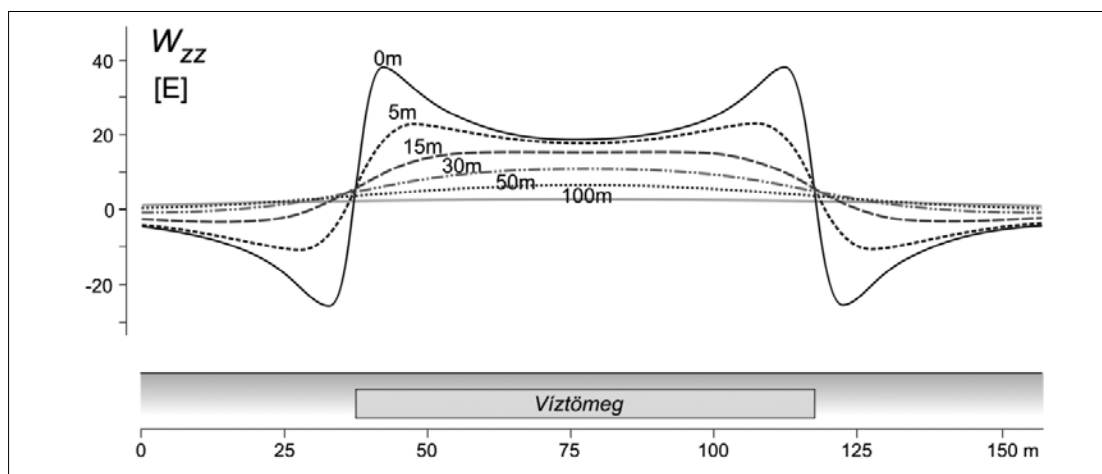


10. ábra A vertikális gradiens értékek eloszlása 1000 m magasságban a Duna-modell felett

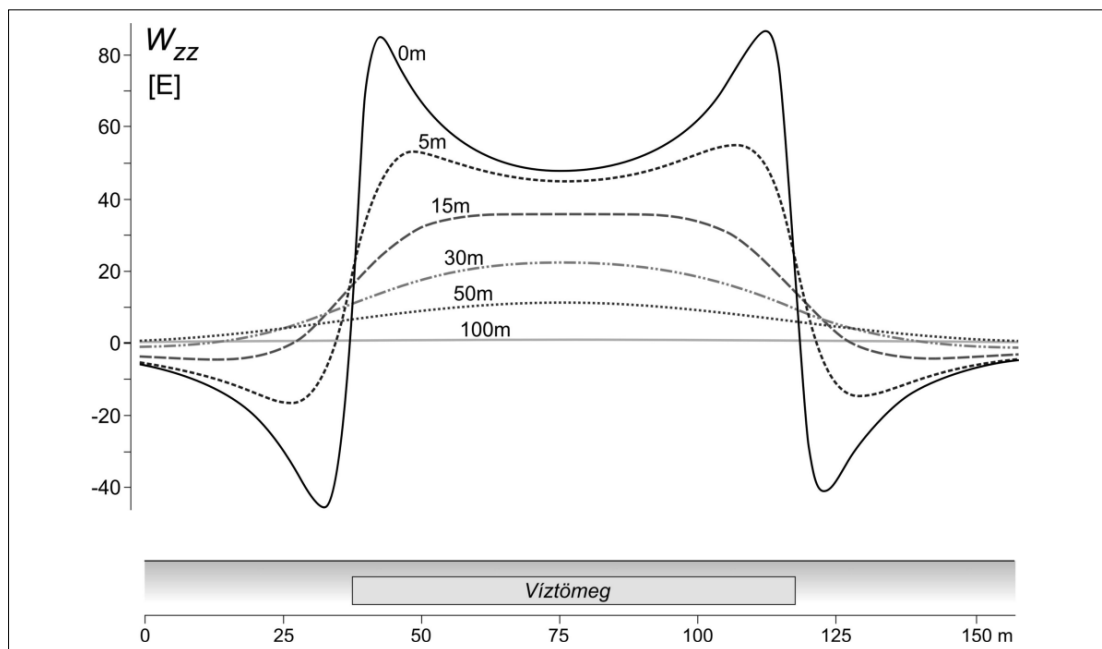
jának jellege egyébként nagyjából azonos. Ezt a 11. ábráról olvashatjuk le, amely a Gellért-hegyi tömegmodell „K” metszete feletti vertikális gradiens változásokat mutatja a magasság függvényében, 0, 5, 15, 30, 50 és 100 m magasságokban. Jól látható a modell szélén a már tárgyalt peremhatás csökkenése, és a maximum értékek folyamatos eltolódása tömeg középpontja felé a magasság emelkedésével. 100 m magasság felett a vertikális gradiens változása olyan kicsi, hogy az adott ábrázolási pontosság mellett ezeket

a görbéket a 11. ábrán már nem volt értelme felüntetni.

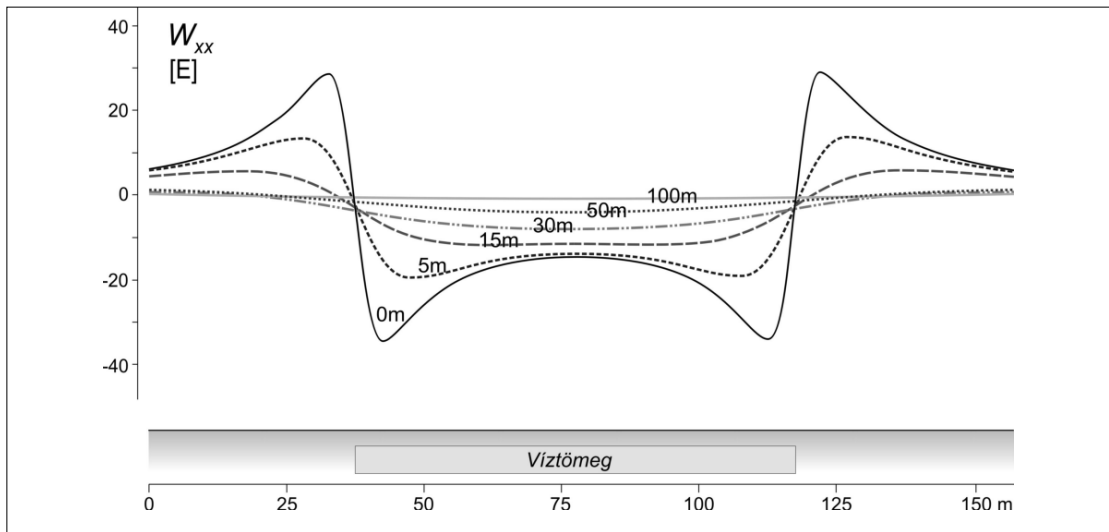
Természetesen a vertikális gradiens mellett több szempontból izgalmas és érdekes kérdés az Eötvös-tenzor további elemeinek magasságfüggése is, ezért ezek változását is vizsgáltuk a magasság függvényében. Amint az 5., 6., 7. és a 11. ábrán a vertikális gradiens esetében látható, a legnagyobb változások a tömegmodellek sarokpontjaiban tapasztalhatók, az ún. *kettős peremhatás* következtében. Ennek megfelelően a továb-



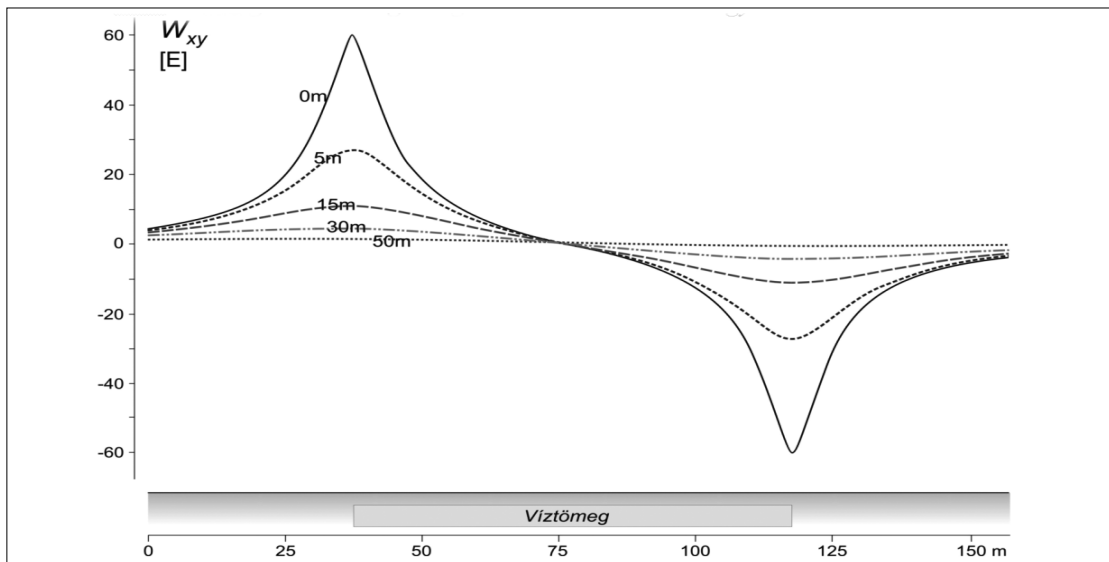
11. ábra A vertikális gradiens magassági változása a Gellért-hegyi modell „K” metszetében



12. ábra A vertikális gradiens magassági változása a Gellért-hegyi modell „S” metszetében



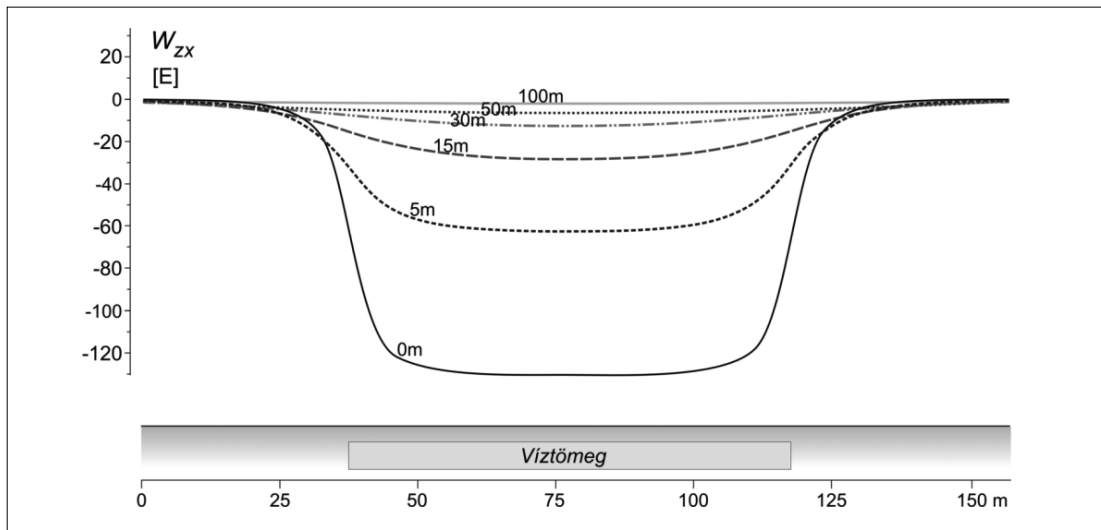
13. ábra A  $W_{xx}$  gradiens magassági változása a Gellért-hegyi modell „S” metszetében



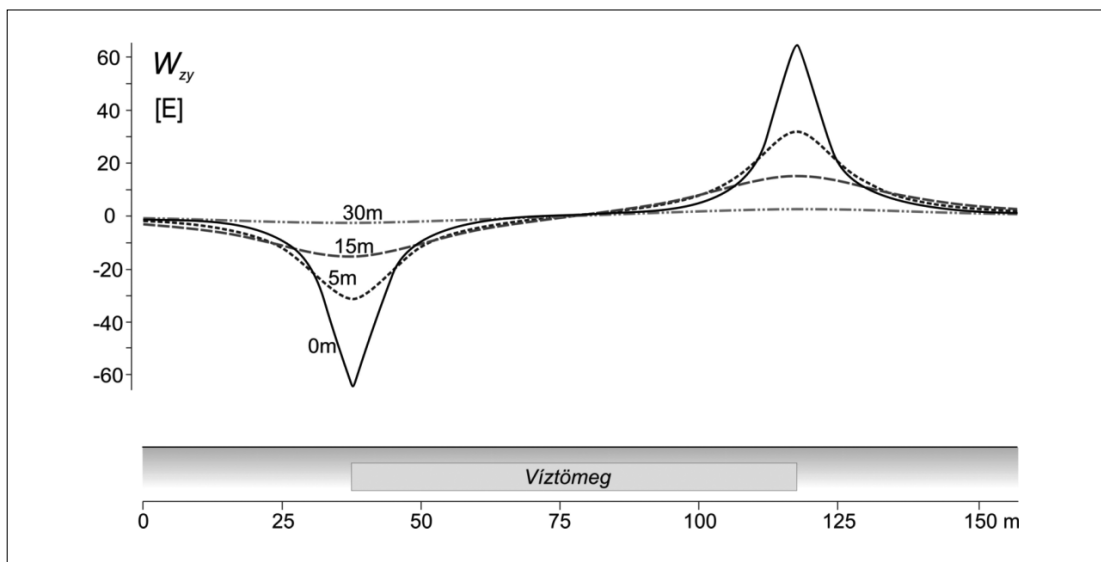
14. ábra A  $W_{xy}$  gradiens magassági változása a Gellért-hegyi modell „S” metszetében

bi vizsgálatainkat a Gellért-hegyi tömegmodell 3. ábrán látható „S” metszetére koncentráltuk. A 12. ábrán a  $W_{zz}$ , 13. ábrán a  $W_{xx}$ , a 14. ábrán a  $W_{xy}$  a 15. ábrán a  $W_{zx}$  és a 16. ábrán a  $W_{zy}$  gradiensek magassági változása látható. A  $W_{yy}$  gradiens magassági változását nem ábrázoltuk, hiszen ez a tömegmodellnek a koordináta-rendszerhez viszonyított helyzete miatt a modell „S” metszetében mindenütt zérus. Ismételtünk ábrázoltuk viszont vertikális gradiens magassági változást, mivel ennek lefutása a modell „K” és „S” metszetében eltérő. A korábbi 11. ábrán a „K” metszetben, a mo-

dell középvonala közelében, a 12. ábrán viszont az „S” metszetben, a modell széle felett látható a  $W_{zz}$  változása a magassággal. Megállapítható, hogy a két metszetben a görbék lefutása azonos, viszont a modell széle felett a peremhatás következtében a vertikális gradiensek értéke közel duplája a középvonalon számítható értékeknek, és ugyanitt a csökkenés is közel kétszerese a középvonal mentén tapasztalható csökkenés mértékének. Egyszerűbben fogalmazva az „S” metszetben számított görbék a „K” metszetbeli görbék közel kétszeres nagyságúaként képzelhetők el.



15. ábra A  $W_{zx}$  gradiens magassági változása a Gellért-hegyi modell „S” metszetében



16. ábra A  $W_{zy}$  gradiens magassági változása a Gellért-hegyi modell „S” metszetében

A változások kihangsúlyozása és a könnyebb összehasonlíthatóság céljából táblázatos és grafikus formában összefoglalva is szemléltettük az Eötvös-tenzor elemeinek térbeli változását a Duna és a Gellért-hegyi víztömeg modelljére vonatkozóan.

Először a két tömegmodell középpontja felett számítható gradiens értékek változásait tudjuk összehasonlítani az 1. és a 2. táblázat adatai, illetve a 17. és a 18. ábra görbéi alapján. A 3. táblázat és a 19. ábra alapján a Gellért hegyi tömegmodell sarokpontja feletti gradiensek vál-

tozását tudjuk összehasonlítani. Ezen a helyen tapasztalhatók a legnagyobb változások a kettős peremhatás következtében. A Duna árvízi tömegének modelljénél ezt a sarokpont feletti hatást nem vizsgáltuk, mivel a valóságban a Duna víztömege esetében ilyen sarokpont nincs és emiatt a kettős peremhatás sem lép fel. Végül a 4. és az 5. táblázat adatai, illetve a 21. és a 22. ábra görbéi alapján a két tömegmodell középső metszetének szélső pontja feletti számítható gradiens értékek változásait tudjuk összehasonlítani.

1. táblázat

Az Eötvös-tenzor elemeinek magasságfüggése a Gellért-hegyi tömegmodell esetében a 3. ábrán látható „C” geometriai középpont felett Eötvös egységben

Magasság [m]	$W_{xx}$	$W_{yy}$	$W_{\Delta}$	$W_{xy}$	$W_{xz}$	$W_{yz}$	$W_{zz}$
0	-25,1	-25	0,1	0	0	0	50
5	-22,6	-22,5	0,1	0	0	0	43
15	-20,1	-20	0,1	0	0	0	36
30	-10,6	-10,5	0,1	0	0	0	23
50	-5,6	-5,5	0,1	0	0	0	11,5
75	-2,7	-2,6	0,1	0	0	0	5,3
100	-1,4	-1,4	0	0	0	0	2,8
200	-0,2	-0,2	0	0	0	0	0,5
400	-0,03	-0,03	0	0	0	0	0,06
600	-0,009	-0,009	0	0	0	0	0,02
1000	-0,002	-0,002	0	0	0	0	0,004

2. táblázat

Az Eötvös-tenzor elemeinek magasságfüggése a Duna tömegmodellje esetében a 4. ábrán látható „C” geometriai középpont felett Eötvös egységben

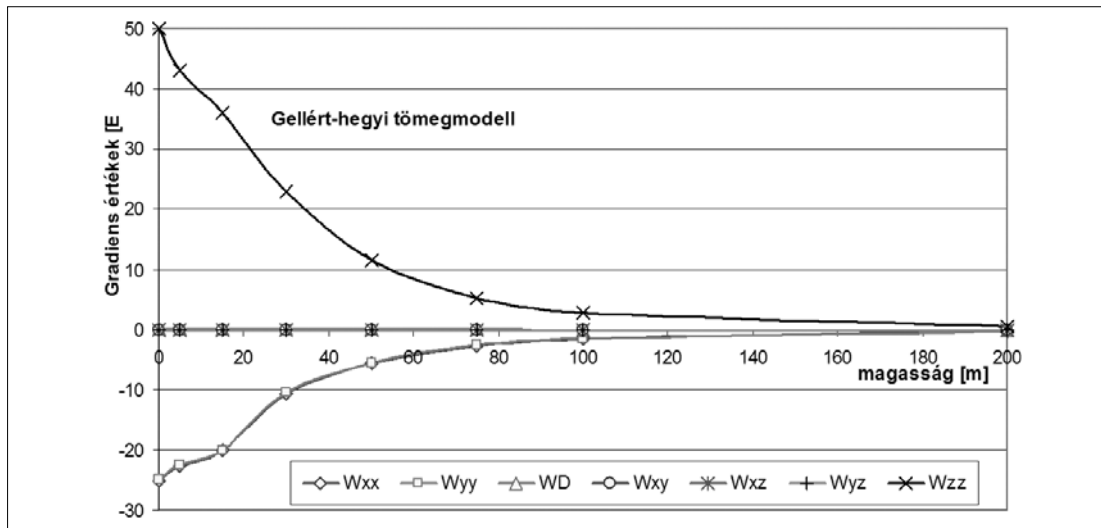
Magasság [m]	$W_{xx}$	$W_{yy}$	$W_{\Delta}$	$W_{xy}$	$W_{xz}$	$W_{yz}$	$W_{zz}$
0	-5	-3	2	0	0	0	10
5	-4,5	-2	2,5	0	0	0	7,5
15	-4	-1,9	2,1	0	0	0	5,8
30	-3,9	-1,8	2,1	0	0	0	5,7
50	-3,8	-1,7	2,1	0	0	0	5,6
75	-3,6	-1,6	2	0	0	0	5,2
100	-2,9	-1,5	1,4	0	0	0	4,8
200	-1,7	-1,1	0,6	0	0	0	3
400	-0,6	-0,5	0,1	0	0	0	1,1
600	-0,25	-0,2	0,05	0	0	0	0,4
1000	-0,06	-0,06	0,003	0	0	0	0,1

Mivel az eddigiekben a vertikális gradiens változásaival foglalkoztunk bővebben, a továbbiakban az egyéb gradiensekre vonatkozóan csupán néhány érdekesebb jelenségre szeretnénk irányítani a figyelmet.

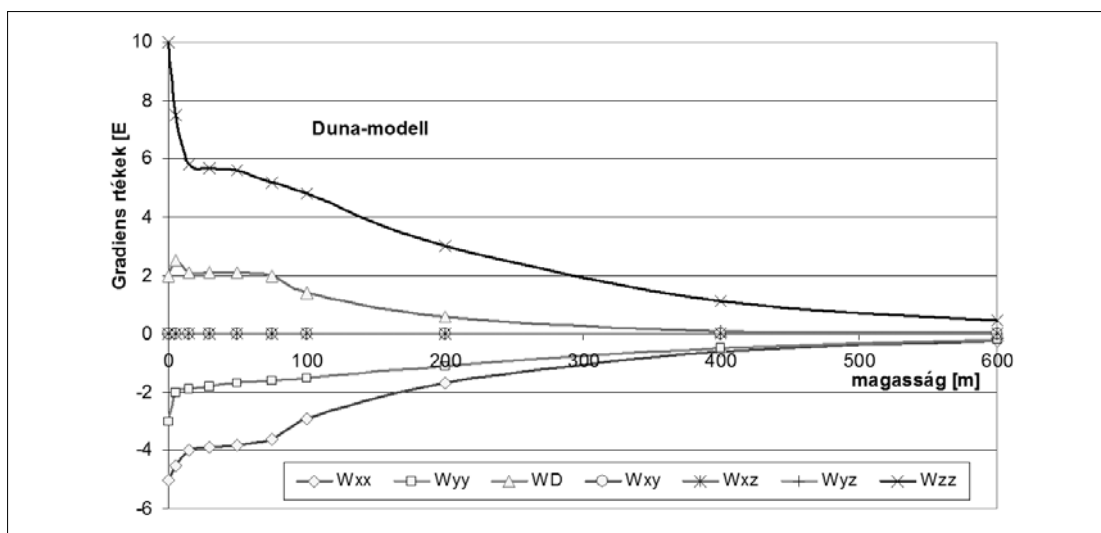
A  $W_{xx}$  gradiens esetében az értékek jóval lassabb csökkenését tapasztalhatjuk, azonban a modell szélénél a már említett precesszió szintén

megfigyelhető. A metszetgörbék alakja kis magasságban „H” betűre, míg 100 m magasságtól egy fordított haranggömbé emlékeztetnek. A minimális érték a modell szélétől kezdve a magasság növekedésével a középpont felé tolódik el, míg a maximum a modell környezetében fokozatosan eltűnik. A modell felett minden magasságban negatív értékeket kapunk, ezek abszolút értékbeli nagy-





17. ábra Az Eötvös-tenzor elemeinek változása a magasság függvényében a Gellért-hegyi tömegmodell középső „C” pontja felett



18. ábra Az Eötvös-tenzor elemeinek változása a magasság függvényében a Duna-modell középső „C” pontja felett

sága a kisebb magasságokban, a peremen nagyjából egyezik a vertikális gradienssel, a középpont felett azonban csak fele akkora értékeket kapunk. Nagyobb magasságban a peremhatás a  $W_{zz}$  értékekhez képest sokkal gyorsabban lecsökken.

A  $W_{yy}$  értéke a modell középpontja felett alig változik, a görbe alakjában sincs jelentős változás. A peremen a  $W_{xx}$ -szel átellenes oldalon található a minimum, és a nagyobb változás is.

A  $W_{xy}$  görbüeti mennyiségnek és a  $W_{xz}$ ,  $W_{yz}$  horizontális gradienseknek a tömegmodellek kö-

zéppontja felett számított értéke nulla, tehát az értékük a magasság függvényében változatlan. Azonban, ha a tömegmodellek szélét vizsgáljuk, kiderül, hogy a  $W_{xz}$  és  $W_{yz}$  értéke is függ a magasságtól, adott modell két szemközti szélén ugyanakkora nagyságú értékeket olvashatunk le, de a változás ellentétes irányú (ahol pl. a  $W_{xz}$  értéke nulla, ott van a  $W_{yz}$  maximuma/minimuma, és fordítva).

Érdekes összehasonlítani, hogyan változnak a gradiensek a modellek középpontja, és szélé felett

3. táblázat

Az Eötvös-tenzor elemeinek magasságfüggése a Gellért-hegyi tömegmodell esetében a 3. ábrán látható „A” sarokpont felett Eötvös egységben

Magasság [m]	$W_{xx}$	$W_{yy}$	$W_{\Delta}$	$W_{xy}$	$W_{xz}$	$W_{yz}$	$W_{zz}$
0	-70	-55	15	45	-60	-110	100
5	-29,5	-24	5,5	20	-45	-48	44
15	-11	-7,5	3,5	11	-25	-19	17,5
30	-5,5	-4	1,5	4,2	-12	-9	8,5
50	-3	-2,4	0,6	1,6	-4,9	-3,8	5
75	-1,7	-1,4	0,2	0,6	-1,9	-1,7	2,8
100	-0,9	-0,9	0,08	0,2	-0,8	-0,8	1,8
200	-0,2	-0,2	0,009	0,02	-0,09	-0,09	0,4
400	-0,03	-0,03	0,000	0,000	-0,007	-0,008	0,06
600	-0,01	-0,009	0,000	0,000	-0,001	-0,002	0,02
1000	-0,002	-0,002	0,000	0,000	0,000	0,000	0,004

4. táblázat

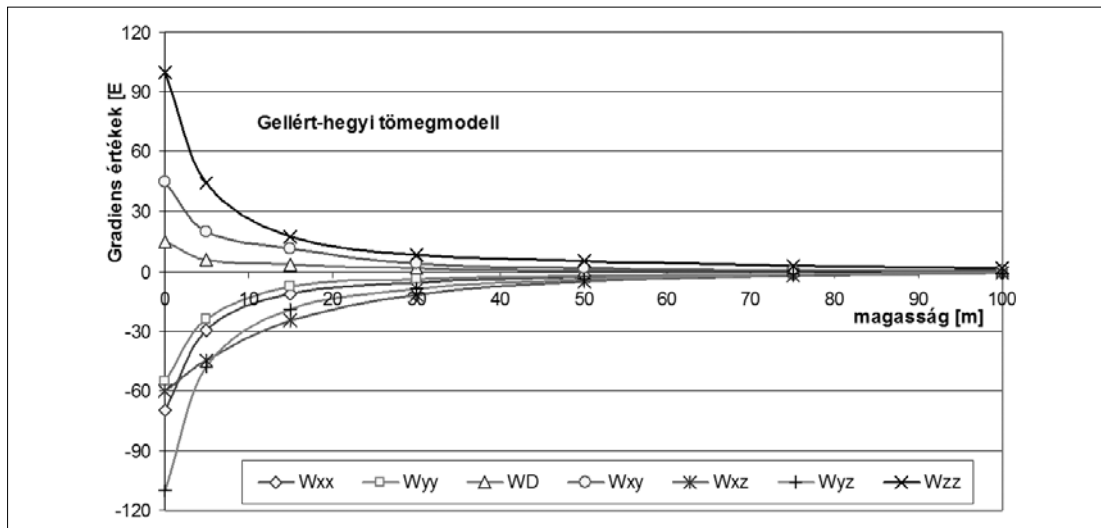
Az Eötvös-tenzor elemeinek magasságfüggése a Gellért-hegyi tömegmodell esetében a 3. ábrán látható „B” pont felett Eötvös egységben

Magasság [m]	$W_{xx}$	$W_{yy}$	$W_{\Delta}$	$W_{xy}$	$W_{xz}$	$W_{yz}$	$W_{zz}$
0	-70	-20	50	0	0	-130	90
5	-36	-18	18	0	0	-65	49
15	-7	-14	-7	0	0	-28	23,5
30	-3,5	-8,5	-5	0	0	-12,5	14
50	-1,5	-4,2	-2,7	0	0	-5,5	7
75	-1,4	-2,1	-0,7	0	0	-2,5	4
100	-0,9	-1,1	-0,3	0	0	-1,1	2,1
200	-0,2	-0,2	-0,01	0	0	-0,1	0,4
400	-0,03	-0,03	-0,008	0	0	-0,008	0,06
600	-0,008	-0,009	-0,004	0	0	-0,002	0,02
1000	-0,002	-0,002	-0,000	0	0	-0,000	0,004

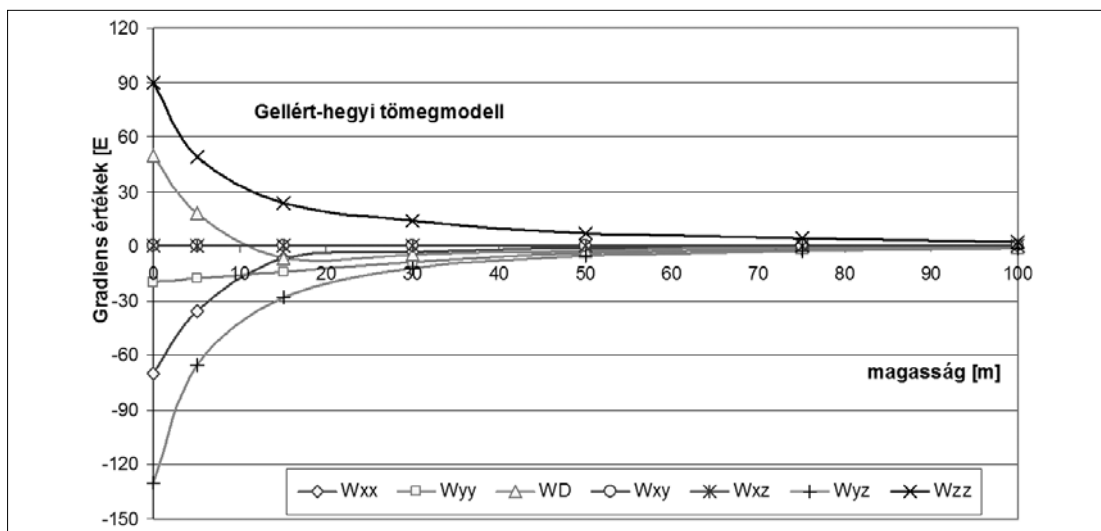
különböző magasságokban. A tapasztalat szerint a modellek középpontja felett a gradiensek változása a nagyobb magasságokban is érvényesül, ugyanakkor a peremek közelében és a sarkok felett figyelhetők meg a legjelentősebb változások (csökkenések).

A 17. és a 18. ábrán a teljes Eötvös-tenzor elemeinek változása látható a magasság függvényében a Gellért-hegyi és a Duna árvízi tömeg-

modelljére a tömegek középpontja felett. Amint az a szimmetria miatt várható, a  $W_{xy}$ ,  $W_{xz}$  és a  $W_{yz}$  gradiensek nem változnak, az értékük minden magasságban zérus. Legjelentősebben a  $W_{zz}$  vertikális gradiens és valamivel kisebb mértékben a  $W_{xx}$ ,  $W_{yy}$ , illetve a  $W_{\Delta}$  értékek változnak. A legjelentősebb különbség a két modell között, hogy a kisebb vízszintes kiterjedésű de ugyanakkora sűrűségű Gellért-hegyi modell felett (az egymás-



19. ábra Az Eötvös-tenzor elemeinek változása a magasság függvényében a Gellért-hegyi tömegmodell esetén, az „A” sarokpont felett



20. ábra Az Eötvös-tenzor elemeinek változása a magasság függvényében a Gellért-hegyi tömegmodell „K” metszetében a modell szélén lévő „B” pont felett

hoz közelebbi szélek jobban érvényesülő peremhatása miatt) a lényegesen nagyobb gradiensek sokkal markánsabban csökkennek a magassággal.

A  $W_{xx}$  és  $W_{yy}$  és a  $W_d$  értékeinek alakulásában jól tükröződik a két modell vízszintes kiterjedése közötti különbség. A Gellért-hegyi modell esetén az alacsonyabb magasságokban például a  $W_{xx}$  és  $W_{yy}$  értékek majdnem egyformák, 50 m-es magasságtól az eltérés pedig a modell szimmetrikusságából adódóan már gyakorlatilag kimutathatatlan.

### Összefoglalás

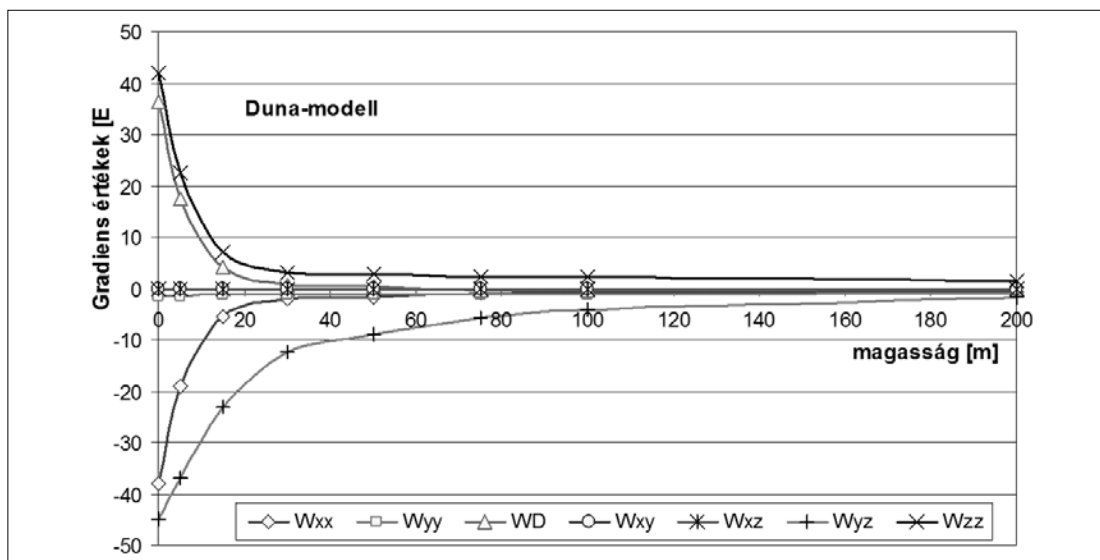
A vizsgálatainkból leszűrhető legfontosabb következtetések:

1. A nehézségi erőtér gradienseinek legnagyobb változása az oldalirányú sűrűség-inhomogenitások (a vizsgált tömegmodellek széle) felett a földfelszínen és a földfelszín közvetlen közelében tapasztalható, ami a magasság növekedésével igen gyorsan lecsökken. Ez a

5. táblázat

Az Eötvös-tenzor elemeinek magasságfüggése a Duna tömegmodellje esetében a 4. ábrán látható „B” pont felett Eötvös egységben

Magasság [m]	$W_{xx}$	$W_{yy}$	$W_{\Delta}$	$W_{xy}$	$W_{xz}$	$W_{yz}$	$W_{zz}$
0	-38	-1,5	36,5	0	0	-45	42
5	-19	-1,5	17,5	0	0	-37	22
15	-5,5	-1,3	4,2	0	0	-23	7
30	-2	-1,3	0,7	0	0	-12	3
50	-1,6	-1,2	0,4	0	0	-8,8	2,8
75	-0,8	-1,15	-0,35	0	0	-5,8	2,4
100	-0,75	-1,1	-0,35	0	0	-4,2	2,3
200	-0,6	-0,85	-0,25	0	0	-1,7	1,4
400	-0,3	-0,38	-0,08	0	0	-0,4	0,7
600	-0,15	-0,18	-0,03	0	0	-0,1	0,3
1000	-0,053	-0,054	-0,001	0	0	-0,03	0,1



21. ábra Az Eötvös-tenzor elemeinek változása a magasság függvényében a Duna-modell „M” metszetében a modell szélén lévő „B” pont felett

- graviméteres és gradiométeres (Eötvös-inga) mérések szempontjából fontos megállapítás.
2. A jelenleg rendelkezésre álló műszerek érzékenysége szintjén 50–100 m magasságban a gradiensekben a peremhatás gyakorlatilag már nem érzékelhető.
  3. A vizsgált tömegmodelljeink középpontja felett nagyobb kiterjedésű tömegek esetén, amelyeknél már kevésbé érvényesül a peremhatás,

a gradiensek változása a magassággal lassabb, ezért a sűrűség-inhomogenitásoknak köszönhető gradiensek változása viszonylag nagyobb magasságban is érzékelhető. Ugyanakkor a jelenleg rendelkezésre álló mérési technika érzékenysége szintjén néhány 100 m magasságban az Eötvös-tenzor egyetlen elemének a változása sem kimutatható. Ennek a megállapításnak a tervezett GOCE műhold gradiométereinek

kalibrálása esetén a nagyságrendi tájékozódáskor érezhető a jelentősége.

4. A gravimetriában különösen fontos a vertikális gradiens magasságfüggése. Vizsgálataink alapján komolyan valószínűsíthető, hogy a vertikális gradiens értékek eltérése az ismert normálértéktől helyi hatások következménye. Az ok leginkább a közvetlen felszínközeli sűrűség-inhomogenitásokban kereshető.

## IRODALOM

*Benedek, J.* (2002): Polihedron térfogatelem alkalmazása a nehézségi erőtér paramétereinek kiszámításában. *Geomatika Közlemények*, V, pp. 191–206.

*Cerovský, I.–Meurers, B.–Pohánka, V.–Frisch W.–Goga, B.* (2004): Gravity and magnetic 3D modeling software – Mod3D, in Meurers, B. and Pail, R. (eds): *Proc. 1st Workshop on Int. Gravity Field Research*, Österr. Beitr. Met. Geoph., pp. 163–168.

*Csapó, G.–Szabó, Z.–Völgyesi, L.* (2003): Changes of gravity influenced by water level fluctuations based on measurements, and model computations. *Reports on Geodesy*, Warsaw University of Technology, Vol. 64, Nr. 1, pp. 143–153.

*Ullmann, Z.* (2006): A nehézségi erőtér gradiensének változása a magasság függvényében. TDK dolgozat, BME Építőmérnöki Kar.

*Völgyesi, L.* (2002): *Geofizika*. Tankönyvkiadó, Budapest.

*Völgyesi, L.–Tóth, Gy.* (2004) Modelling gravity gradient variation due to water mass fluctuations. *Gravity, Geoid and Space Missions GGSM 2004*. Springer Verlag Berlin, Heidelberg, New York; Series: IAG Symposia, Vol. 129. pp.364–368.

## Height variation of gravity gradients

*Völgyesi L.–Ullmann Z.*

### Summary

Variation of gravity gradients in different heights is discussed in this paper. At first a short introduction is presented about the gravity gradients and elements of Eötvös-tensor, than the principle of computation of gravity gradients is summarized. Elements of the full gravity gradient tensor changes were computed on a regular grid for two models (one of them is the water mass of the Danube river in Budapest during the great flood in 2002; other is the water mass of an urban water reservoir on Gellért-hill). Gravity gradients were computed on 10 different heights above the models by the software Mod3D. The gravity gradients change on height was found to be very sensitive to the actual distance of the point from the Earth's surface.

Tájékoztatjuk kedves olvasóinkat, hogy  
a Magyar Földmérési, Térképészeti és Távérzékelési Társaság programjairól  
híreiről rendszeresen tájékozódhatnak honlapunkon is.

Címünk:

[www.mfttt.hu](http://www.mfttt.hu)

MFTTT Vezetőség