



Vetületi átszámítások Ausztria és Magyarország között

Dr. Völgyesi Lajos egyetemi docens
BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszék,
MTA-BME Fizikai Geodéziai és Geodinamikai Kutatócsoport

Ausztria és Magyarország közötti vetületi transzformációk elvégzéséhez a GPS mérésekkel meghatározható WGS84 koordináták adnak kiváló lehetőséget. A transzformációk két lépésben hajthatók végre: először az egyik ország tetszőleges vetületi rendszerében ismert koordinátákat számítjuk át WGS84 koordinátákká, majd ezeket a WGS84 koordinátákat transzformáljuk a másik ország tetszőleges vetületi rendszerébe. A két ország vetületi rendszerei közötti transzformációk elvégzéséhez számítógépes programrendszert fejlesztettünk ki. A kifejlesztett módszerrel és szoftverrel Ausztria és Magyarország vetületi rendszerei között a közös országhatár legalább 50 kilométeres környezetében néhány cm pontosságú transzformáció lehetséges.

1. Bevezetés

A nagyméretarányú térképek vetületi rendszerei, a vetületi rendszerek alapfelületei, valamint ezen alapfelületeken ábrázolt háromszögelési hálózatok országonként különböznek, sőt egy országon belül is többfélék lehetnek. Vetülettani értelemben valamely összefüggő háromszögelési hálózat csak akkor tekinthető egységesnek, ha együttesen egyenlítették ki. Kis mértékben akkor is megváltoznak a háromszögelési pontok alapfelületi koordinátái, amikor a hálózatot valamilyen okból újból kiegyenlítjük.

Zárt matematikai összefüggésekkel csak akkor lehet egyik vetületi rendszerből valamely másikba a pontok síkkoordinátáit átszámítani, ha mindkét vetületi rendszernek ugyanaz az alapfelülete és a háromszögelési hálózat is együttesen került kiegyenlítésre. Ha ez nem teljesül, az átszámítás csak olyan *azonos pontok* felhasználásával végezhető el, amelyeknek mindkét vetületi rendszerben ismertek a koordinátái (Hazay, 1964; Varga, 1981, 1982, 1986). Ebben az esetben az átszámítás eredménye az ábrázolt háromszögelési hálózatok megbízhatóságától és a kiválasztott azonos pontoktól is függ. Ha más azonos pontok

kat választunk, az átszámított koordináták is kis mértékben különbözni fognak. Az átszámítást ilyenkor *Helmert-féle* síkbeli transzformációval vagy hatványpolinomok alkalmazásával végezhetjük. Ezekkel a módszerekkel egyetlen síkbeli transzformációval küszöböljük ki a vetületi torzulásokat és a háromszögelési hálózatok ellentmondásait.

Az átszámítást pontosabbá tehetjük, az ún. *vegyes módszer* alkalmazásával. Ekkor a transzformációt két lépésre bontjuk, első lépésben a vetületi torzulásokat, a másodikban pedig a háromszögelési hálózatok torzításait küszöböljük ki. Az első lépésben azzal a közelítéssel élünk, hogy a két vetületi rendszernek azonos az alapfelülete és a háromszögelési hálózata is, ezért a számítást *koordináta-módszerrel* végezzük el (Varga, 1986). Ekkor jól közelítő síkkoordinátákat kapunk a második vetületi síkon. Ezt követően a második lépésben maximálisan ötöd fokú hatványpolinom alkalmazásával folytatjuk a transzformációt, amelyben a transzformációs állandók meghatározásához az azonos pontoknak a második vetületi koordinátáit és az ugyancsak második vetületi adott koordinátáit használjuk fel (Joó, 1975). Így az átszámítás második lépésében már alacsonyabb fokú sorokkal küszöbölhetjük ki a háromszögelési hálózatok különbözősége miatti ellentmondásokat, mintha az egész számítást egy lépésben általános sorokkal végeznénk (Völgyesi-Varga, 2001).

2. Ausztria és Magyarország közötti transzformáció lehetősége

Ausztria és Magyarország egyes vetületi rendszereinek alapfelülete (a *Bessel-féle* ellipszoid) megegyezik, a háromszögelési hálózatok is rendelkeznek azonos pontokkal, a vetületi rendszerek közötti átszámítások mégsem végezhetők el koordináta-módszerrel, mivel az alapfelületek elhelyezése kis mértékben különböző, és a háromszögelési hálózatokat is külön-külön egyenlítet-

ték ki. Így az egyetlen lehetőség az azonos pontok felhasználásával végzett átszámítás, amely során a vegyes módszert alkalmaztuk.

Szomszédos országok vetületi rendszerei általában csak néhány száz kilométeres távolságig terjeszthetők ki a másik országban, mivel azonos pontok a közös országhatárnak csak ilyen környezetében találhatók (Bácsatyai, 1993, 1995). A GPS az azonos pontok előállításának legmegfelelőbb eszköze, mert ha a szomszédos ország háromszögelési pontjainak X, Y, Z térbeli derékszögű, WGS84 vagy UTM-koordinátáit vele meghatározzuk, olyan azonos pontok hálózatát kapjuk, amely segítségével az egyes országok vetületi rendszerei közötti átszámítások is elvégezhetők.

Egy bizonyos ország valamelyik vetületi rendszerét csak az ésszerűség határai között terjeszthetjük ki olyan irányban, ahol korábban nem voltak abban a vetületi rendszerben adott pontok. Ausztria és Magyarország vetületi rendszerei közötti átszámítások elkészítését az tette lehetővé, hogy megfelelő számban rendelkezünk GPS-szel meghatározott azonos pontokkal. Így nem okozhat problémát, hogy olyan vetületi rendszerek között kell átszámítani, amelyeknek Ausztriában a Bessel, Magyarországon a Bessel, Kraszovszkij vagy az IUGG67 ellipszoid az alapfelülete, és Ausztriában a ferroi, Magyarországon pedig a greenwichi meridiánt alkalmazzuk kezdőmeridiánként.

Magyarország valamennyi vetületi rendszere közötti transzformációt korábban már megoldottuk (Völgyesi–Tóth–Varga, 1996). Az általunk kidolgozott szoftverrel igen pontos transzformáció hajtható végre a WGS84, illetve az X, Y, Z térbeli derékszögű rendszer, valamint az egyéb magyarországi vetületi rendszerek között (Völgyesi, 1997). Amennyiben Ausztria és Magyarország vetületi rendszerei közötti transzformációt szeretnénk végrehajtani, a következő fontos feladat a WGS84 és az Ausztriában használatos vetületi rendszerek közötti transzformáció elkészítése.

3. A transzformáció gyakorlati megoldása

Az átszámításokat végző szoftver az 1. táblázatban látható vetületi rendszerek közötti transzformációkat végzi Ausztria és Magyarország területén a 2. táblázatban látható 213 különböző kombinációban.

A budapest önálló városi (BOV) és a magyarországi henger déli rendszer (HDR) nem szerepel

1. táblázat

Ausztriában és Magyarországon alkalmazott vetületi rendszerek

VTN	magyarországi vetületnélküli rendszer
BES	magyarországi Bessel ellipszoidi
SZT	budapesti sztereografikus vetületi rendszer
KST	magyarországi katonai sztereografikus vetületi rendszer
HER	magyarországi henger északi rendszer
HKR	magyarországi henger középső rendszer
ABE	Osztrák Bessel ellipszoidi
AGK	Oszták Gauss–Krüger vetületi rendszer
IUG	magyarországi IUGG67 ellipszoidi
EOV	magyarországi egységes országos vetületi rendszer
KRA	magyarországi Kraszovszkij ellipszoidi
GAK	magyarországi Gauss–Krüger vetületi rendszer
WGS	magyarországi WGS84 ellipszoidi /GPS/
XYZ	geocentrikus térbeli derékszögű /GPS/
UTM	magyarországi Universal Transverse Mercator

a táblázatban, mivel ennek a két magyarországi vetületi rendszernek az alkalmazási területe távol esik Ausztria területétől, ezért a gyakorlatban fel sem merülhet az átszámítás szükségége.

A 2. táblázatból az átszámítások elvégezhetőségével és pontosságával kapcsolatos tudnivalók olvashatók ki. A különböző alapfelületekhez tartozó vetületi rendszereket a táblázatban kettős vonal választja el. Alapfelületen az ellipszoidot értjük, nem feledkezve meg arról, hogy azoknál a vetületi rendszereinknél, ahol kettős vetítéssel – simulógömb közvetítésével – térünk át az ellipszoidról a síkra, vagy a síkba fejthető felületre, a vetítés második lépésében a simulógömböt (Gauss-gömböt) nevezzük alapfelületnek. Ezeknek a simulógömbi koordinátáknak a fenti vetületi rendszerek közötti átszámítások esetén az egyszerű felhasználó szempontjából nincs jelentősége.

A sorok és az oszlopok metszésében található „+” jelek arra utalnak, hogy az adott két vetületi rendszer között szabatos, azaz zárt matematikai összefüggésekkel elvégezhető transzformáció lehetséges (Hazay, 1964), (Varga, 1981, 1986). Ebben az esetben az átszámított koordináták pon-

2. táblázat

Transzformációs kapcsolatok Ausztria és Magyarország között

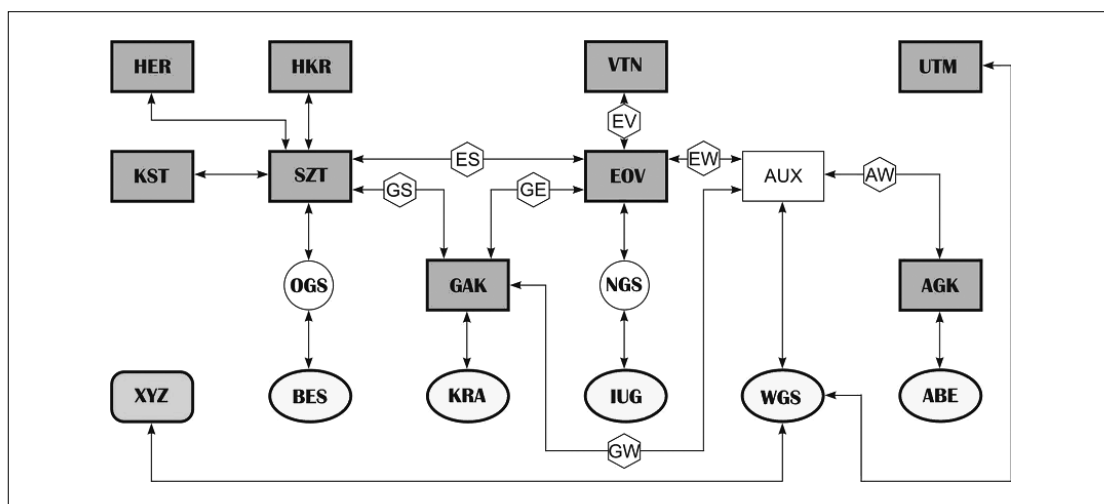
	VTN	BES	SZT	KST	HER	HKR	ABE	AGK	IUG	EOV	KRA	GAK	WGS	XYZ	UTM
VTN	–	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
BES	×	–	+	+	+	+	×	×	×	×	×	×	×	×	×
SZT	×	+	–	+	+	+	×	×	×	×	×	×	×	×	×
KST	×	+	+	–	+	+	×	×	×	×	×	×	×	×	×
HER	×	+	+	+	–	+	×	×	×	×	×	×	×	×	×
HKR	×	+	+	+	+	–	×	×	×	×	×	×	×	×	×
ABE	×	×	×	×	×	×	–	+	×	×	×	×	×	×	×
AGK	×	×	×	×	×	×	+	!+!	×	×	×	×	×	×	×
IUG	×	×	×	×	×	×	×	×	–	+	×	×	×	×	×
EOV	×	×	×	×	×	×	×	×	+	–	×	×	×	×	×
KRA	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	–	+	×	×	×
GAK	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	+	!+!	×	×	×
WGS	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	–	+	+
XYZ	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	+	–	+
UTM	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	+	+	!+!

tossága megegyezik az átszámítani kívánt koordináták pontosságával.

A 2. táblázatban a „×” jelek arra utalnak, hogy az adott két vetületi rendszer között zárt matematikai összefüggésekkel elvégezhető transzformáció nem lehetséges, az átszámítás véges fokszámú (legfeljebb ötödfokú) hatványpolinomok felhasználásával történik. Ebben az esetben tehát elvi okok miatt csupán közelítő pontosságú átszámításra van lehetőség (pl. síkkoordináták esetében általában csak az átszámított koordináták pontossága).

1. ábra

Az átszámítások logikai vázlata



A különböző rendszerek közötti transzformációs útvonalakat – és ezek irányát – nyilak jelölik. Látható, hogy az esetek jelentős részében két tetszőleges rendszer között csak más rendszerek közbeiktatásán keresztül lehetséges az átszámítás. Például ha az UTM és az EOVS rendszerek között kívánunk átszámítani koordinátákat, akkor az UTM koordinátákat először a WGS84 ellipszoidra (WGS), majd egy ún. segéd vetületi rendszerre (AUX) kell átszámítani, és végül erről az AUX rendszerről kell az EOVS rendszerre transzformálni. Ha az *I. ábrán* valamely két rendszert közvetlen vonal köti össze, akkor közöttük koordináta módszerrel, azaz zárt matematikai összefüggések felhasználásával szabatos átszámítás végezhető; ha viszont az útvonal hatszöggel jelölt blokkon halad át, akkor a nyilak két oldalán lévő rendszer között, transzformációs polinomok alkalmazásával csak közelítő pontosságú átszámítás lehetséges. Amennyiben két tetszőleges vetületi rendszer között több különböző útvonalon haladva is közlekedhetünk pl. WGS84 (WGS) ↔ Gauss-Krüger rendszer (GAK), akkor a program azt az útvonalat választja, mely minden pontossabb az átszámítás.

4. Transzformáció a WGS84 és az Osztrák Gauss-Krüger rendszer között

Az *I. ábrán* látható bármely két vetületi rendszer esetében, amelyek a hatszöggel jelölt blokkon keresztül kapcsolódnak össze, a transzformáció csatlakozó pontok felhasználásával hatványpolinomok alkalmazásával lehetséges. Ez a helyzet az Osztrák Gauss-Krüger és a térbeli derékszögű geocentrikus XYZ, illetve a WGS84 rendszerek között is. A térbeli derékszögű geocentrikus XYZ, illetve a WGS84 rendszerek között zárt matematikai összefüggésekkel igen egyszerű transzformáció lehetséges, a GPS mindkét rendszerben képes szolgáltatni a koordinátákat.

Az Osztrák Gauss-Krüger (AGK) és a WGS84 rendszer közötti transzformáció elvégzéséhez 57 csatlakozó pontot használtunk fel Ausztria teljes területén meglehetősen egyenletes területi eloszlásban. A GPS-szel meghatározott WGS84 (illetve X, Y, Z térbeli derékszögű geocentrikus) koordináták az *ITRF94* rendszerre, az 1993 epochára vonatkoztak.

A WGS84 és az Osztrák Gauss-Krüger rendszerek közötti transzformáció két lépésben hajtható végre. Először a WGS84-es koordinátákat átszámítjuk egy sík segédvetületi rendszerre

(AUX), majd a második lépésben ezeket a segéd síkvetületi koordinátákat számítjuk át hatványpolinomok felhasználásával az Osztrák Gauss-Krüger rendszerre az *I. ábra* logikájának megfelelően (Völgyesi, 2004). Az első lépés egyszerű, zárt matematikai összefüggésekkel számítható (Varga, 1986), a második lépés viszont hatványpolinomok felhasználásával történhet. Például az *I. vetületi rendszer* x, y koordinátái és a *II. vetületi rendszer* koordinátái közötti kapcsolat az

$$x' = A_0 + A_1x + A_2y + A_3x^2 + A_4xy + A_5y^2 + A_6x^3 + A_7x^2y + A_8xy^2 + A_9y^3 + A_{10}x^4 + A_{11}x^3y + A_{12}x^2y^2 + A_{13}xy^3 + A_{14}y^4 + A_{15}x^5 + A_{16}x^4y + A_{17}x^3y^2 + A_{18}x^2y^3 + A_{19}xy^4 + A_{20}y^5 + \dots \quad (1)$$

$$y' = B_0 + B_1x + B_2y + B_3x^2 + B_4xy + B_5y^2 + B_6x^3 + B_7x^2y + B_8xy^2 + B_9y^3 + B_{10}x^4 + B_{11}x^3y + B_{12}x^2y^2 + B_{13}xy^3 + B_{14}y^4 + B_{15}x^5 + B_{16}x^4y + B_{17}x^3y^2 + B_{18}x^2y^3 + B_{19}xy^4 + B_{20}y^5 + \dots$$

sorokkal adható meg. Az $A_0 - A_{20}$ és a $B_0 - B_{20}$ (összesen 42 db együttható) az azonos pontok alapján, célszerűen kiegyenlítettessel határozható meg. Ilyenkor az átszámítás során a kiválasztott azonos pontok helyétől, mennyiségétől és a polinomok fokszámától függően mindegyik esetben kis mértékben eltérő koordinátákat kapunk.

5. Az átszámítások pontossága

Azon vetületi rendszerek között, ahol zárt matematikai összefüggésekkel elvégezhető transzformáció lehetséges, az elvárásoknak megfelelően az átszámított koordináták pontossága megegyezik a kiinduló koordináták pontosságával, így a síkkoordináták legalább mm, a földrajzi koordináták pedig 0.0001" pontossággal számíthatók át. Ezekre a kapcsolatokra a *2. táblázatban* a „+” és a „!+!” jelek utalnak, illetve ezeket a rendszereket az *I. ábrán* közvetlen vonal köti össze. Az összes többi esetben, amikor két tetszőleges vetületi rendszer között az átszámítás *I. ábrán* látható útvonala a hatszögekkel jelölt blokkon (vagy blokkokon) keresztül vezet, az átszámított koordináták pontossága egyrészt attól függ, hogy a kérdéses vetületi rendszerek alaphálózatai mennyire pontosan illeszkednek egymáshoz; másrészt, hogy az adott transzformációs polinomok együtthatóit mennyire sikerült jól meghatározni. Ebből egyébként az következik, hogy bizonyos vetületi rendszerek között akárhogyan is határozzuk meg a transzformációs polinomok együtthatóit, ha a két rendszer háromszögelési hálózatai a meghatározásuk idején elkövetett mérési, kiegyenlítési vagy egyéb hibák következtében nem

illeszkednek pontosan egymáshoz, akkor a két vetületi rendszer között biztosan nem végezhető korlátlan pontosságú átszámítás. Másképpen fogalmazva, valamely két vetületi rendszer között legfeljebb olyan pontosságú átszámítás lehetséges, amilyen pontosságot a két rendszer között az alaphálózatok meghatározási hibái, illetve eltérései megengednek. Mindez természetesen nem azt jelenti, hogy nem kell különös gondot fordítani a transzformációs módszer kiválasztására, illetve – ha a hatványpolinomos eljárást alkalmazzuk – az (1) összefüggésben szereplő együtthatók meghatározására.

A hatványpolinomos módszerrel elvégzett vetületi átszámítások pontosságának jellemzésére a közös pontok I rendszerbeli y_p, x_p ; valamint a I rendszerbeli y_i', x_i' koordinátái alapján meghatározzuk a transzformációs polinomok együtthatóit, majd ezek felhasználásával átszámítjuk az I rendszerbeli y_p, x_p koordinátákat a II rendszerbeli ty_i', tx_i' koordinátákká, és kiszámoljuk ezek alapján a

$$\begin{aligned} \Delta y_i &= ty_i' - y_i' \\ \Delta x_i &= tx_i' - x_i' \end{aligned} \quad (2)$$

koordináta-különbségeket, majd az átszámítás pontosságát jellemző

$$\mu = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta y_i^2 + \sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}{n}} \quad (3)$$

középhiba értéket.

Kezdeti vizsgálataink során először arra próbáltunk választ keresni, hogy a gyakorlatban leginkább elterjedt két megoldási módszer: a Helmert-féle sík-transzformáció, illetve a hatványsoros módszer közül melyik használata előnyösebb. Megállapítottuk, hogy a Helmert-féle sík-transzformáció ugyan számítástechnikai szempontból egyszerűbben kezelhető, azonban az általa szolgáltatott pontosság az esetek döntő részében meg sem közelíti a hatványsoros megoldási módszer által szolgáltatott pontosságot.

Amennyiben a hatványsoros transzformációt választjuk, a következő fontos kérdés a hatványpolinom optimális fokszámának megállapítása. Egyszerű logikával gondolkodva arra a megállapításra juthatnánk, hogy a hatványpolinom fokszámának növelésével egyértelműen növelhető a vetületi átszámítások pontossága. Azonban a vizsgálataink során sikerült bizonyítani, hogy ötödfokú polinom alkalmazásával számíthatunk a legnagyobb pontosságra. Akár csökkentjük,

akár tovább növeljük a fokszámot, az átszámított koordináták pontossága egyértelműen romlik: a fokszám csökkentésével jelentősen, a növeléssel kismértékben romlik a pontosság (Völgyesi, 1997).

Az ötödfokú hatványpolinomok együtthatóinak meghatározásához ugyan legalább 21 db csatlakozó pont szükséges, azonban tapasztalataink szerint a vetületi átszámítások pontossága tovább növelhető, ha ennél lényegesen több csatlakozó pontot használunk fel és az ismeretlen polinom-együtthatók legvalószínűbb értékét ki-egyenlítőssel határozzuk meg.

3. táblázat

A magyarországi vetületi rendszerek közötti transzformációkat jellemző középhibák

Magyarországi vetületi rendszerek	Csatlakozó pontok száma	Középhiba [m]
EOV – SZT	162	±0,247
EOV – WGS	43	±0,050
EOV – GAK	79	±0,102
EOV – VTN	27	±0,046 *
GAK – WGS	34	±0,084
GAK – SZT	184	±0,046

* csak Baranya területére érvényes

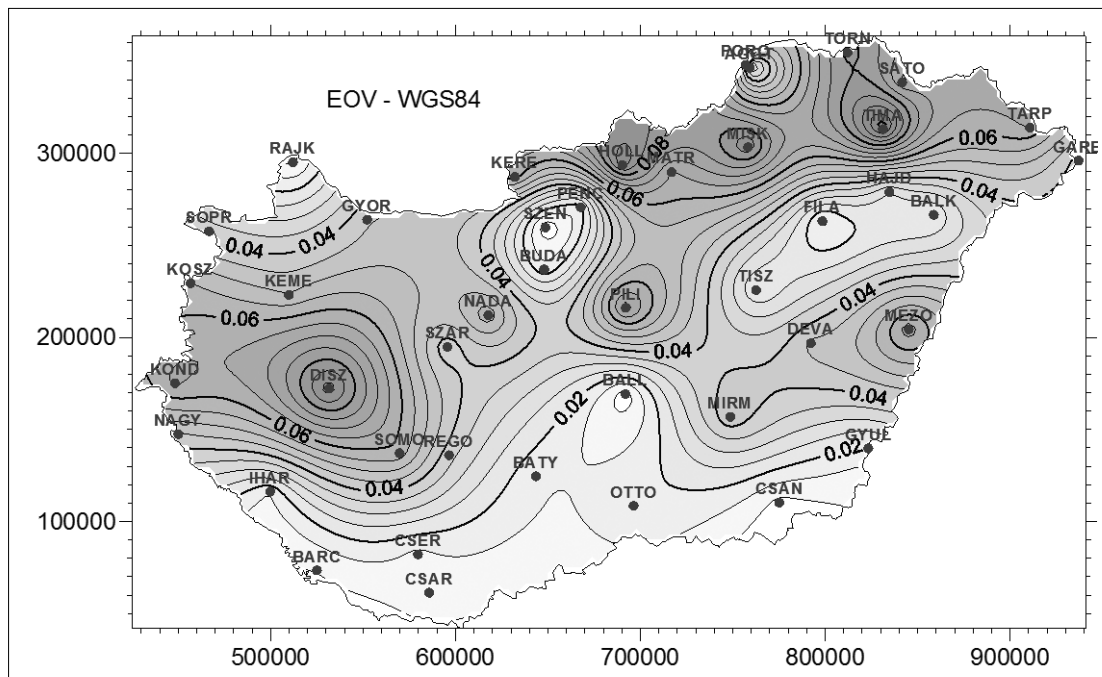
A 3. táblázatban a hatványpolinomos megoldás alkalmazásával az egyes magyarországi vetületi rendszerek közötti transzformációk (3) összefüggéssel számított középhiba értékei láthatók összefoglalva. Ezek a középhiba értékek teljes Magyarország területére érvényesek.

Az ausztriai és a magyarországi vetületi rendszerek közötti átszámítások szempontjából a két legfontosabb magyarországi eset az EOV – WGS84 és a Gauss-Krüger – WGS84 transzformáció. Erre a két transzformációra vonatkozóan a (3) összefüggés által meghatározott középhibák izovonalas térképe látható Magyarország területére [m]-ben a 2. és a 3. ábrán.

Tapasztalataink szerint a hatványpolinomos módszerrel az elérhető pontosság a rendelkezésre álló azonos pontok számának növelésével némiképpen fokozható, de bizonyos határon túl az átszámítás pontossága az alapfelületek és a háromszögelési hálózatok különbözősége miatt már ezzel sem javítható. Bizonyos esetekben viszont javulás érhető el azzal, ha a transzformáci-

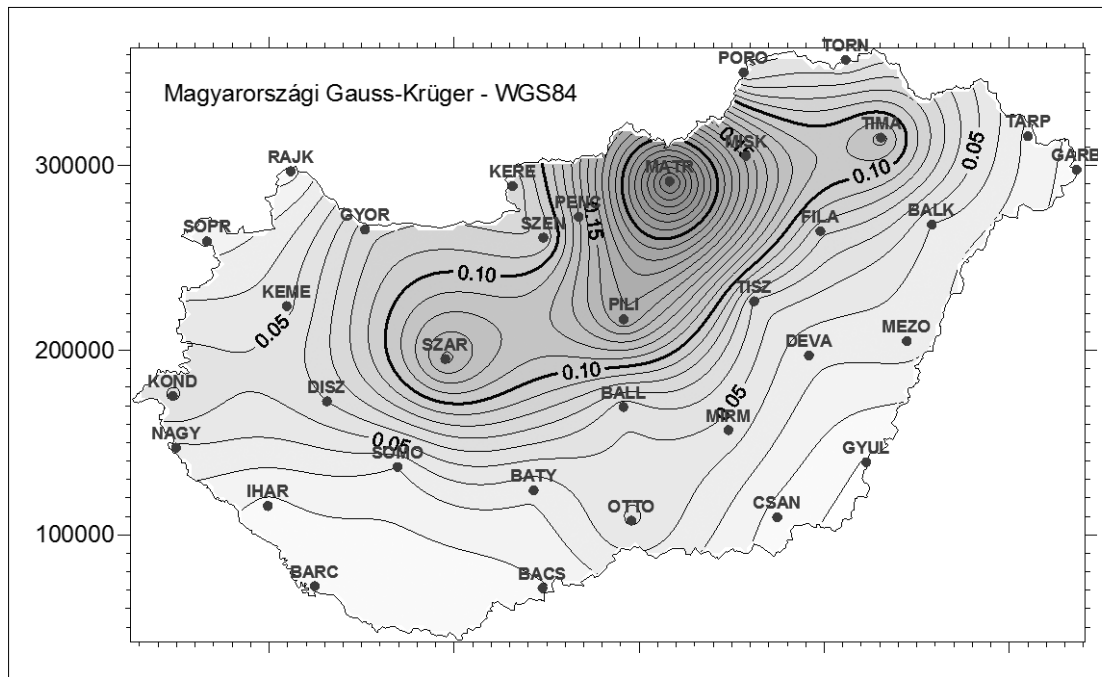
2. ábra

A magyarországi EOVS és a WGS84 rendszer közötti transzformációt jellemző középhibák területi eloszlása (az EOVS koordináták [m]-ben)



3. ábra

A magyarországi Gauss-Krüger és a WGS84 rendszer közötti transzformációt jellemző középhibák területi eloszlása (az EOVS koordináták [m]-ben).



4. táblázat

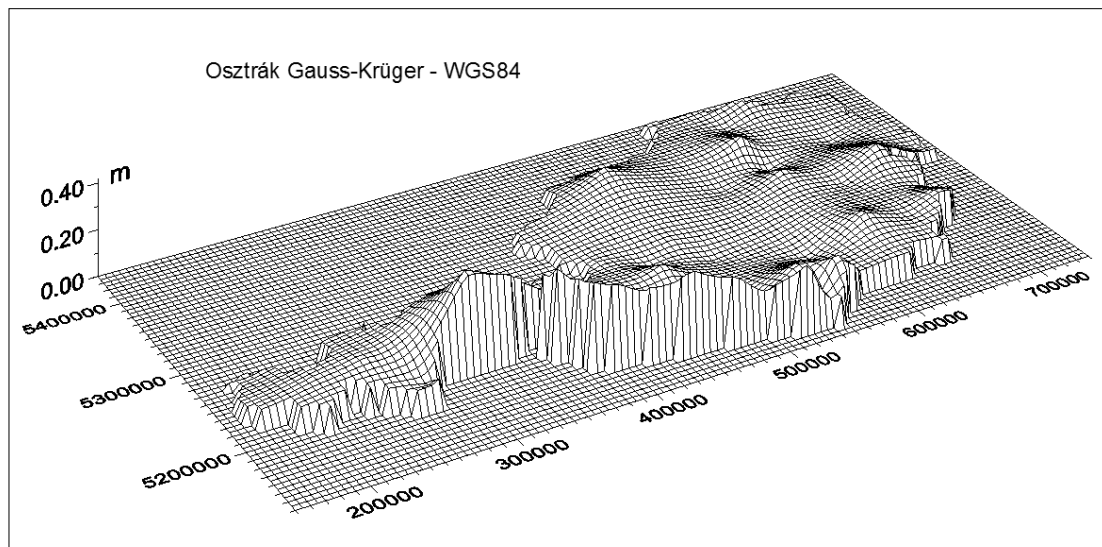
**Csatlakozó pontok adatai és a transzformáció során adódó eltérések
a WGS84 és az Osztrák Gauss–Krüger rendszer között.**

Pont	WGS φ	WGS λ	M	y	x	Δy	Δx
AGGS	48 18 50.4875	15 25 18.6613	34	-67516.27	5353259.96	0.108	0.089
BRBG	48 09 12.1337	16 57 09.0607	34	46158.23	5335176.09	-0.059	-0.029
ERZK	47 37 19.9713	15 51 26.3264	34	-35694.95	5276044.70	-0.046	0.054
FORC	47 42 36.2970	16 19 57.6352	34	37.93	5285703.49	-0.006	0.171
FRAU	47 50 02.7530	16 55 45.5342	34	44705.24	5299662.90	0.028	-0.022
GRAZ	47 04 01.6613	15 29 36.5166	34	-63711.17	5214564.33	0.109	-0.128
GSST	47 21 10.1120	16 26 01.3435	34	7669.62	5245985.80	-0.045	-0.057
GUES	47 03 27.8724	16 19 23.0343	34	-694.88	5213177.22	0.139	0.083
HOLL	48 22 19.1416	15 41 18.2228	34	-47692.08	5359503.56	0.063	0.021
HUTB	48 39 16.3891	15 35 54.2554	34	-54056.22	5390985.21	-0.033	0.033
HUTS	48 39 04.5070	16 47 41.5321	34	34097.22	5390457.63	0.045	0.034
HZBG	47 58 23.4427	16 11 50.7279	34	-10059.38	5314965.46	0.032	-0.081
KULM	47 13 30.6242	15 45 31.2437	34	-43436.53	5231952.22	-0.030	-0.107
LUNZ	48 09 23.3279	15 14 49.0773	34	-80735.98	5335911.42	0.027	-0.051
OGDF	48 08 32.9258	15 32 05.0708	34	-59342.14	5334091.57	-0.011	-0.010
RADB	46 41 19.6409	15 59 03.0018	34	-26626.27	5172220.58	-0.068	-0.072
RETZ	48 46 18.1402	15 57 02.3199	34	-28038.88	5403822.25	-0.089	-0.069
RIEG	47 00 09.8905	15 56 04.1423	34	-30248.67	5207141.06	-0.078	0.072
SLAG	48 57 13.5499	14 59 49.7909	34	-97767.03	5424860.63	0.047	0.007
TIRK	47 52 25.7270	15 25 16.4614	34	-68143.48	5304313.00	-0.122	-0.014
WIEN	48 13 06.6600	16 22 21.7745	34	3015.43	5342236.65	0.011	-0.013
ALTF	46 32 46.7948	13 54 12.9237	31	43788.99	5156491.11	-0.014	-0.188
DAST	47 28 05.8729	13 37 33.3616	31	22114.29	5258872.59	0.023	0.025
EDLW	47 07 25.6186	12 49 53.3679	31	-38026.28	5220652.84	-0.045	-0.145
FRBS	46 31 30.4349	14 27 17.2148	31	86097.68	5154584.86	0.089	-0.043
GABL	47 04 54.5016	14 55 32.8747	31	120985.26	5217088.99	0.020	0.018
GERL	46 41 46.0008	13 55 07.7376	31	44833.70	5173149.81	0.036	-0.044
GOLL	47 37 17.0593	13 10 59.0883	31	-11238.59	5275866.13	-0.002	0.065
GRMS	46 55 03.2313	13 22 23.3694	31	3086.49	5197604.22	-0.038	0.008
HEMB	46 33 02.4909	14 39 49.5712	31	102084.72	5157676.03	-0.093	0.239
HOPY	48 01 11.9627	14 54 01.0039	31	116945.61	5321356.05	0.017	-0.034
HSHN	48 20 06.9015	13 29 48.4700	31	12178.81	5355240.03	0.002	0.089
HUST	47 20 17.4409	12 54 39.8266	31	-31858.49	5244452.82	-0.074	0.066
LOIB	46 26 21.4662	14 15 57.0824	31	71714.42	5144856.47	0.244	-0.171
MAGD	46 43 35.6117	14 25 39.6432	31	83707.96	5176948.40	0.152	0.110
MAYB	48 22 03.2856	13 55 48.8727	31	44286.93	5358992.52	-0.016	-0.157
MOAH	47 18 43.7248	12 23 15.4502	31	-71452.26	5241907.19	0.028	-0.027
OSWA	48 30 59.1276	14 37 31.0717	31	95506.78	5376176.07	-0.051	0.056
PLAN	47 23 35.6896	14 11 58.6859	31	65457.74	5250849.17	0.016	0.003
RADS	47 14 58.8890	13 33 26.0341	31	17003.73	5234551.21	-0.052	0.119
ROSF	47 37 10.5455	13 04 54.0729	31	-18860.94	5275684.92	0.038	0.002
SEBS	46 25 10.8161	14 31 37.2040	31	91815.55	5142944.32	-0.023	0.107
SNBG	48 42 46.6693	13 51 52.7576	31	39162.26	5397364.18	-0.008	-0.004
SOBO	46 39 57.9374	15 00 18.2400	31	127987.44	5171000.96	-0.088	-0.032
STAL	46 53 19.7973	12 12 01.5217	31	-86290.09	5195035.86	0.399	0.044
TILL	46 42 33.0799	12 38 09.0244	31	-53283.53	5174677.25	0.311	0.115
TPLZ	47 35 58.4826	13 59 24.2283	31	49442.89	5273635.03	0.023	-0.060
TREH	46 34 01.1494	13 15 19.1731	31	-5929.49	5158634.23	-0.336	0.138
VILA	46 36 13.3591	13 40 13.1426	31	25870.18	5162767.49	-0.255	-0.062
WANS	46 55 51.2220	12 47 57.9413	31	-40606.25	5199225.33	-0.025	-0.074
DMBL	47 23 40.9919	10 53 57.3530	28	42749.00	5250814.50	0.105	-0.085
FLEX	47 09 24.9360	10 09 52.0692	28	-12782.08	5224238.45	0.055	-0.102
KRAH	47 08 45.0588	10 37 37.9341	28	22313.19	5223033.66	0.014	0.142
KRAI	47 08 42.5221	10 37 30.2151	28	22150.84	5222954.73	0.008	0.151
NOSL	47 02 49.3280	11 28 34.4617	28	86870.77	5212637.46	-0.413	-0.112
OBGL	46 52 17.2075	11 01 35.6815	28	52873.67	5192718.16	-0.038	-0.072
PFAN	47 30 55.1768	09 47 03.7099	28	-41323.97	5264217.69	-0.032	0.006

±0.152 m

4. ábra

Az Osztrák Gauss-Krüger és a WGS84 rendszer közötti transzformációt jellemző középhibák felületi eloszlása (a Gauss-Krüger koordináták [m]-ben)



ős polinomok együtthatóit nem az egész ország teljes területére egyben határozzuk meg, hanem csupán kisebb részterületekre adunk meg azonos pontokat, és számítjuk ki a transzformációs polinomok együtthatóit. Természetesen ebben az esetben átszámításokat csak azon részterületen végezhetünk, amelyre a transzformációs polinomok együtthatóit meghatároztuk, és ekkor gondot okozhat a szomszédos területek összekapcsolása.

Következő kérdés az Osztrák Gauss-Krüger és a WGS84 (illetve az XYZ) rendszer közötti transzformáció pontossága. A Gauss-Krüger és a WGS84 közötti transzformáció végrehajtásához az (1) hatványpolinomokban szereplő együtthatók értékeit a 4. táblázatban látható 57 db.

csatlakozó pont felhasználásával határoztuk meg Ausztria teljes területére. Ezeket az együtthatókat felhasználva transzformáltuk a WGS84-es koordinátákat a Gauss-Krüger rendszerre, majd a transzformált koordinátákat összehasonlítottuk az eredeti Gauss-Krüger koordinátákkal. A táblázat utolsó két oszlopában az eredeti és a transzformált Gauss-Krüger koordináták között a (2) összefüggéssel számított Δy és Δx különbségek láthatók az egyes csatlakozó pontokban. Az eltérések általában néhány cm körül jelentkeznek, de a legnagyobb eltérés is mindössze 4 dm. A 4. táblázat utolsó sorában a teljes transzformációt jellemző (3) összefüggéssel számított középhiba értéke szerepel, amely ± 15.2 cm. A 4. és az 5. ábrán az eltérésekből számított $\sqrt{\Delta y^2 + \Delta x^2}$ értékek felszíni

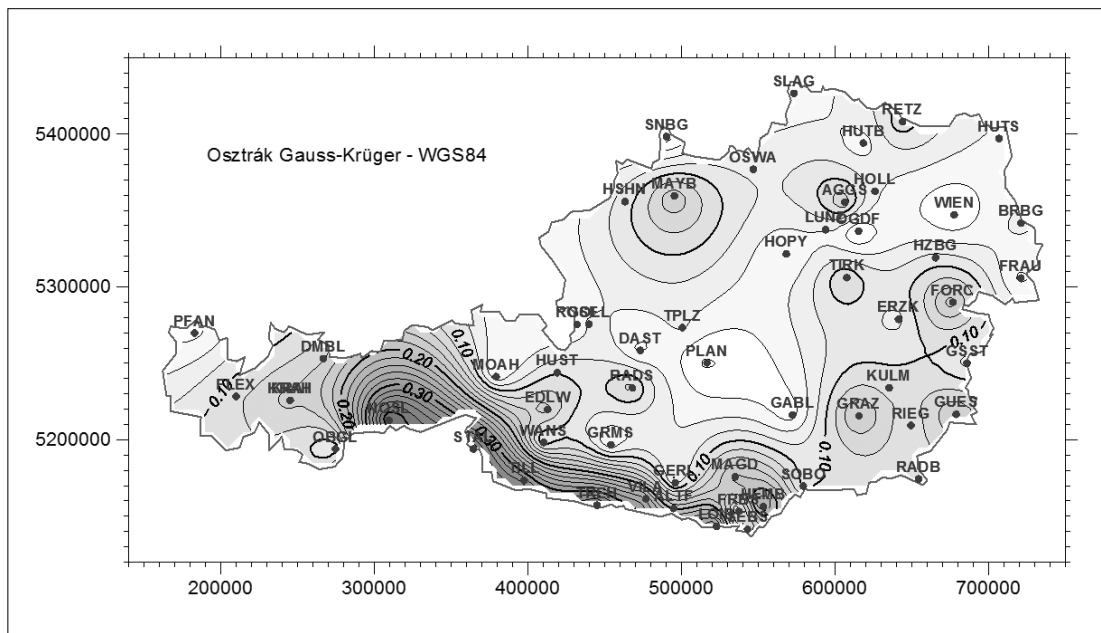
5. táblázat

A vetületi transzformációk során adódó eltérések
Ausztria és Magyarország közötti határ környezetében.

AGK – WGS			GAK – WGS			EOV – WGS		
Pont	Δy	Δx	Pont	Δy	Δx	Pont	Δy	Δx
FRAU	0,028	-0,022	RAJK	-0,016	0,003	RAJK	-0,001	0,008
FORC	-0,006	0,171	SOPR	0,022	-0,013	SOPR	-0,023	-0,029
GSST	-0,045	-0,057	KOND	-0,060	0,014	KOSZ	0,045	0,031
GUES	0,139	0,083				KOND	-0,046	-0,048
$\pm 0,124$ m			$\pm 0,039$ m			$\pm 0,045$ m		

5. ábra

Az Osztrák Gauss-Krüger és a WGS84 rendszer közötti transzformációt jellemző középhibák területi eloszlása (a Gauss-Krüger koordináták [m]-ben).



eloszlása és izovonalas képe látható Ausztria teljes területére.

Ausztria és Magyarország közötti vetületi transzformációk pontossága a csatlakozó pontokban ismert koordináták felhasználásával ellenőrizhető. A közös országhatár néhányszor 10 km-es környezetében található csatlakozó pontokban a transzformált és az eredeti koordináták közötti eltérések az 5. táblázatban láthatók. A táblázatban szereplő pontok adatai alapján az Osztrák Gauss-Krüger és a WGS84 rendszer között a (3) összefüggéssel meghatározott középhiba (12,4 cm), a Magyarországi Gauss-Krüger és a WGS84 rendszer közötti középhiba (3,9 cm), a magyarországi EOVS és a WGS84 rendszer közötti középhiba pedig $\pm 4,5$ cm.

A fentiek alapján megállapíthatjuk, hogy az általunk kifejlesztett módszerrel és szoftverrel Ausztria és Magyarország között a közös országhatár néhányszor 10 km-es környezetében néhány cm pontossággal lehetséges a különböző vetületi koordináták átszámítása.

IRODALOM

Bácsatyai L. (1993): Átszámítások a budapesti sztereografikus és az osztrák Gauss-Krüger (M34) vetületi rendszer között. *Geodézia és Kartográfia* Vol. 45. No. 5, pp. 284–288.

Bácsatyai, L. (1995): Umwandlung der Budapester stereographischen Koordinaten in österreichische Gauss-Krüger-Koordinaten. *Österreichische Zeitschrift für Vermessung & Geoinformation*. Vol. 83. No. 4, pp. 227–233.

Hazay I. (1964): *Vetülettan*. Tankönyvkiadó, Budapest

Varga J. (1981): *Vetületi rendszereink közötti átszámítások új módjai*. Budapest, Műszaki Doktori értekezés.

Varga J. (1982): Átszámítás az egységes országos vetületi rendszer (EOV) és a korábbi vetületi rendszereink között. *Geodézia és Kartográfia* No. 1, pp. 30–34.

Varga J. (1986): *Alapházatok I. (Vetülettan)*. Tankönyvkiadó, Budapest

Joó, I. (1975): Vetületi Szabályzat az egységes országos vetületi rendszer alkalmazására. (1975) MEM OFTH, Budapest, p. 49

Völgyesi, L.–Tóth, Gy.–Varga, J. (1996): Conversion between Hungarian map projection systems. Periodica Polytechnica Civil Eng. Vol. 40, No. 1, pp. 73–83.

Völgyesi, L. (1997): Transformation of Hungarian Unified National and Gauss-Krüger Projection System into WGS84. Reports on Geodesy, Warsaw University of Technology, No. 4 (27), pp. 281–294.

Völgyesi L.–Varga J. (2001): Vetületi átszámítások Ausztria és Magyarország között GPS alkalmazásával. Geodézia és Kartográfia Vol. 53. No. 2, pp. 31–35.

Völgyesi, L. (2004): Conversion between Austrian and Hungarian map projection systems. Periodica Polytechnica Civ. Eng., Vol. 48, Nr. 1–2, pp. 73–88.

Conversions between Austrian and Hungarian map projection systems

Völgyesi, L.

Summary

Conversion between Austrian and Hungarian map projection systems may be performed in two steps: first any kind of map projection systems should be transformed into WGS84 ellipsoidal coordinates in one country, and then from WGS84 ellipsoidal coordinates should be transformed into the desired system for the other country. A computer program has been developed to carry out all the possible transformation between the two countries. Using our method and software the transformation between Austrian and Hungarian map projection systems can be performed with a few centimeters accuracy for a few ten kilometers range of common border.

TISZTELT TAGTÁRS!

Meg szeretnénk köszönni a 2006. évben felajánlott személyi jövedelemadójának 1%-át, melyet ismételten a diploma-pályázatokra használtunk fel, illetve a postaköltség részbeni fedezésére. Kérjük, hogy idén is tiszteljen meg bizalmával.

Adószámunk: 19815675-2-41.

Az Országos Választmány 2006. decemberi ülésén az alábbi tagsági díjakat szavazta meg 2007. évre:

Tagsági díj	4.500 Ft
Nyugdíjas, diák	2.900 Ft
Nyugdíjas, diák (regisztrációs díj)	600 Ft
70 év felett díjmentes, lap juttatás nélkül.	

Kérem, hogy az Önre vonatkozó tagdíjat a mellékelt csekken mielőbb befizetni szíveskedjék, hogy a Geodézia és Kartográfia szaklap küldése folyamatos legyen.

Ezúton is kívánunk kellemes karácsonyi ünnepeket és boldog, sikerekben gazdag új esztendőt!

Budapest, 2006. december 14.

MFTTT Vezetősége