



Gravitációs modell meghatározása négy hónap GRACE mérési adataiból

Paizs Zoltán–Földváry Lóránt



MTA-BME Fizikai Geodézia és Geodinamikai Kutatócsoport
BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszék,
1111 Budapest, Műgyetem rkp. 3., Kmf. 16.
e-mail: zoltanpaizs@tvn.hu; fl@sci.fgt.bme.hu

1. Bevezetés

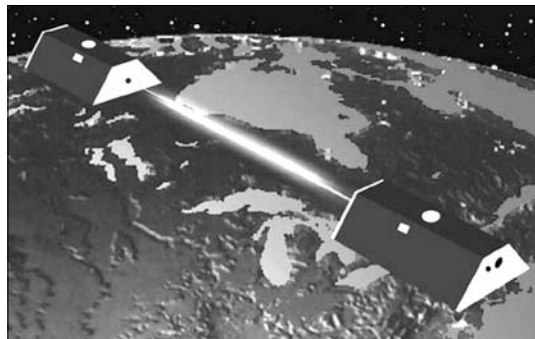
A gravimetria számára komoly eredményeket szolgáltatnak a 2000-ben elindított gravimetriai műholdak. Mint arra lapunk egy korábbi számában utaltunk [Csapó–Földváry 2006], a műholdas technikák sokkal inkább a globális gravimetria, így a globális geofizikai jelenségek vizsgálatában, valamint a kontinens méretű és globális geodéziai alapfelületek meghatározásában jelentenek előrelépést, mint az országos vagy annál kisebb léptékű geodézia számára. Ugyan az országos geodéziai feladatokat közvetlenül nem befolyásolja a globális geocentrikus geoid pontosítása, egyéb, elsősorban geofizikai alkalmazás és kutatás számára fontos alappillért jelentenek, így például geodinamikai vizsgálatok, oceanográfiai és globális hidrológiai folyamatok modellezése sokat profitálhat a nagy pontossággal ismert globális geoidból.

Cikkünkben egy a BME Általános- és Felsőgeodézia tanszékén működő MTA-BME Fizikai Geodézia és Geodinamikai Kutatócsoport keretében végzett legutóbbi műholdas gravimetriai méréseken alapuló geoid meghatározás eredményeit mutatjuk be. Egyben az elvégzett munka az első szerző diplomamunkájának alapjait jelentik [Paizs 2006].

2. A műholdas méréseken alapuló geoid meghatározás elméleti háttere

Műholdas gravimetriai adatok jellemzően *közvetett* kapcsolatban állnak a gravitációs térrel [Földváry 2004, Csapó–Földváry 2006]. Eddig két műholdas gravimetriai mérési elképzelés valósult meg, mindkét esetben *közvetett* mérési mennyiségből következtethetünk a globális gravitációs teret jellemző gömbfüggvény együtthatókra: a CHAMP műhold esetén ez a mérési mennyiség

a műhold pálya adatai, a GRACE esetén két műhold között végzett távolságkülönbségek idősora. Az elkövetkező egy-két évre várható a *közvetlenül* gravitációs gradienseket mérő műhold útnak indítása a GOCE projekt keretében.



1. ábra: A GRACE műholdak elrendezésének sematikus ábrája

Tanulmányunkban a GRACE műholdak távolságkülönbségeiből határoztunk meg gravitációs modellt. Röviden annyit érdemes tudni a GRACE projektről, hogy ez az elnevezés egy műhold kettősre vonatkozik (GRACE A és GRACE B), amelyek egymástól mintegy 200–250 km-re leszakadva, 485 km magasan közel azonos pályát járnak be, és mindeközben a két műhold között a távolságot folyamatosan mérik (1. ábra). A távolságkülönbségekből a két műhold energiaszintjeinek különbségére lehet következtetni az energia-megmaradás törvényének segítségével [Gerlach et al. 2003, Paizs 2006]. A leggyakoribb ismert és alkalmazott feldolgozási lehetőség egyike a műholdként értelmezett newtoni mozgásegyenletek különbségeinek meghatározásán alapszik, másik gyakori megoldást numerikus módszerek jelentenek, amelyek a gravitációs gyorsulás vektorok és a műhold pályaadatái kö-

zötti átjárást numerikus integrálási eljárásokkal oldja meg [Földváry–Wermuth 2005]. További frappáns megoldások léteznek, amelyek a műhold pályáját egy szabályos kör alakú pályához viszonyított eltéréseit lineárisnak feltételezve relatíve egyszerű matematikai alakban közvetlen kapcsolatot biztosítanak a pályaelterések és a gravitációs gömbfüggvény együtthatók között (Hill-egyenletek, Kaula lineáris perturbációs elmélete). Azonban ezen frappáns eljárások nem vezettek még gyakorlati eredményekhez [Földváry–Wermuth 2005]. Ebben a tanulmányban az energia-megmaradás törvényén alapuló megoldást választottuk.

3. Előzmények

Megemlítenénk, hogy jelenlegi tanulmányunkat egy korábbi, ennek egyszerűsített megoldása előzte meg. Ez az energia-megmaradás törvényének két műholdra felírt különbségének az ún. bázisvonalakon alapuló megoldása [Paizs 2005] volt. A megoldás során a két műholdat külön-külön kezeljük, és a két műhold közötti távolságmérések eredményeit figyelmen kívül hagyjuk, és az energia-megmaradás törvényét a műholdak fedélzetén elhelyezett GPS antennákkal rögzített pályakoordináták idősorára értelmezzük. A bázisvonalakon alkalmazott megoldás a jelen tanulmányunkban bemutatott módszer elemzésére szolgál: segítségével a műholdak közötti távolságmérések pontossági vizsgálatát végezhettük el.

4. Adatok

A GRACE műholdak, valamint a műholdakra vonatkozó mérési adatokat a Münchener Műszaki Egyetem (Technische Universität München) Csillagászati és Fizikai Geodéziai Intézete (Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie) bocsátotta rendelkezésünkre, 4 hónap (2003. 07. 01. → 2003. 10. 31.) mérési eredményeit tartalmazó adatfájlok formájában. A számítások során a pályakoordináták idősorán kívül [lásd 3. pont] a két műhold között végzett mikrohullámú távolságmérések (KBR – K Band Ranging) eredményeit is felhasználtuk [Paizs 2006]. A két műhold között végzett távolságmérés (24 GHz és 32 GHz frekvenciákon) oda-vissza folyamatosan történik, amely nagyon nagy pontosságú távolságmérés jelent; ez jóval (két nagyságrenddel) pontosabb, mint a pályaadatokból számítható távolság nyújt.

5. Részeredmények

Az energia-megmaradás törvénye értelmében egy testnek – amelyre kizárólag konzervatív erők hatnak – helyzeti (potenciális) és mozgási (kinetikus) energiáinak összege időben állandó. Egy műhold mozgásának vizsgálata során azonban sok egyéb, nem konzervatív erőhatást is figyelembe kell venni, mint például a gravitációs jellemző erőhatások közül a Nap és a Hold tömegvonzását (luniszoláris hatás), vagy a nem gravitációs jellegű hatások közül a légköri sűrűlódást.

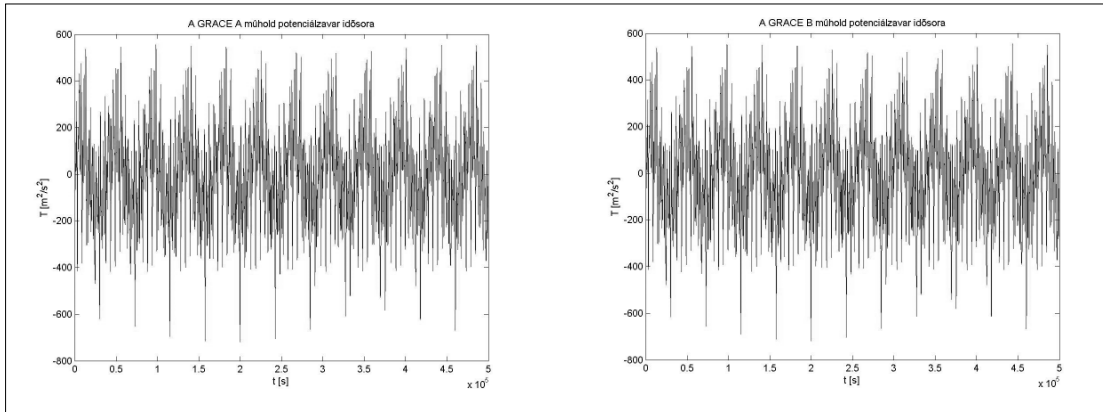
A tisztelt olvasó számára feltehetőleg nem nyilvánvaló, hogy egy 485 km magasan repülő műhold energiaszintje milyen mértékben áll össze a fent nevezett energia fajtákból, ezért érdekesnek tartjuk az energiák nagyságrendjének áttekintését (lásd *1. táblázat*).

| Energia/potenciál | [m ² /s ²] |
|----------------------------------|-----------------------------------|
| potenciális energia (<i>V</i>) | 10 ⁴ |
| kinetikus energia | 10 ⁴ |
| centrifugális potenciál | 10 ⁴ |
| luniszoláris hatás | 10 ¹ |
| normál potenciál (<i>U</i>) | 10 ⁴ |
| potenciálzavar (<i>T</i>) | 10 ² |

1. táblázat: Egy műhold energiáinak nagyságrendjei

A műhold energiaszintje 10⁴ m²/s² nagyságrendű, amely azonos mértékben áll össze a kinetikus és a potenciális energiákból. A műhold egy közel kör alakú pályán kering a Föld körül, amely mindeközben folyamatosan forog saját tengelye körül. Mi a forgó Földről nézve a műholdat úgy érzékeljük, hogy a műhold mozgása összetett, és a valójában független földi forgást is magába foglalja. Ezt a (földi észlelő számára valós) erőt centrifugális erőnek hívjuk, ami a GRACE műholdak esetén szintén 10⁴ m²/s² nagyságrendű energiát jelent. Ehhez a három legnagyobb energia összetevőhöz képest a többi erőhatás következtében létrejövő energiaváltozások szinte elhanyagolhatóak: a legjelentősebb konzervatív erő energiája a luniszoláris tömegvonzásból származó energia, amely nagyságrendje így is alig 10¹ m²/s².

Feladatunk a földi gravitációs potenciálból (*V*) meghatározni az azt kialakító gravitációs teret. Ennek mikéntjéről a 6. pont elején szólunk. Előzetesen annyit, hogy a megoldáshoz használandó kiegyenlítés érzékeny a nagyságrendre,



2. ábra: A GRACE A (bal) és a GRACE B (jobb) műholdak potenciálzavar időszora

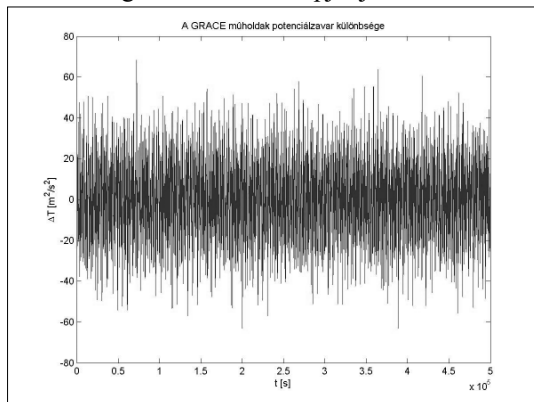
és a $10^4 \text{ m}^2/\text{s}^2$ nagyságrend túl nagyoknak tűnik. Mindenképpen érdemes tehát a hasznos információt leválasztani az előzetesen ismert hatásoktól. Ezért a potenciálból levonjuk annak egy szabályos, matematikailag könnyen kezelhető részét, ami mégis elég jó közelítést adja a földi gravitációs potenciálnak – ez az ún. *normál potenciál* (U). A **WGS84** elnevezésű normál potenciálteret a műhold potenciáljából levonva *potenciálzavar*-hoz jutunk ($T=V-U$), amely mennyiség nagyságrendjét tekintve $10^2 \text{ m}^2/\text{s}^2$ jelent [lásd 1. táblázat]. Ez azt mutatja, hogy a $10^4 \text{ m}^2/\text{s}^2$ nagyságrendű potenciálból számunkra legfeljebb ennek század része jelent új információt, amely nagyságrend a kiegyenlítés számára inkább megfelelő. Érdekesképpen a két műhold adataiból számított potenciálzavar idősort mutatjuk ugyanarra az időtartamra (2. ábra). Az ábrán látható fűrészfogas jelleg a műhold Föld körüli keringése, annak ciklikussága következtében alakul ki.

Mint már említettük, úgy tudjuk érdemben kihasználni a két műhold között végzett nagypontosságú távolságmérés eredményeit, ha a két műholdra értelmezett energia-megmaradás törvényének a *különbségét* képezzük. Ebben az esetben sok kisebb erőhatást figyelmen kívül is hagyhatunk, mert – amint számításaink is igazolták – a közel azonos magasságban egymást követő műholdakra közel ugyanakkora perturbáló erők hatnak. A 2. táblázatban a GRACE B és a GRACE A műholdak energiáinak *különbségeit* képeztük (normál potenciál (ΔU), potenciál (ΔV), potenciálzavar (ΔT), kinetikus energia, centrifugális potenciál), valamint a két műholdra ható luniszoláris hatás különbségét, amely már a többinél jóval kisebb energiaváltozást okoz ($10^{-1} \text{ m}^2/\text{s}^2$).

| Energia/potenciál | [m^2/s^2] |
|---------------------------------|-----------------------------|
| potenciál (ΔV) | 10^3 |
| kinetikus energia | 10^3 |
| centrifugális potenciál | 10^3 |
| luniszoláris hatás | 10^{-1} |
| normál potenciál (ΔU) | 10^3 |
| potenciálzavar (ΔT) | 10^1 |

2. táblázat: Két műhold energiakülönbségeinek nagyságrendje

Az 2. ábrán láthattuk, hogy a két műhold potenciál időszora a közel azonos pálya miatt meglehetősen hasonlatos. Különbséget csak az időbeni csúszás okoz. A 3. ábrán a két műhold potenciálzavarainak *különbségét* mutatjuk, amely az időbeni csúszás potenciálon kifejtett mértékéről tájékoztat. Ez az idősor az előállított gravitációs modell megoldásának az alapját jelenti.



3. ábra: A GRACE A és a GRACE B műholdak potenciálzavar különbségének időszora

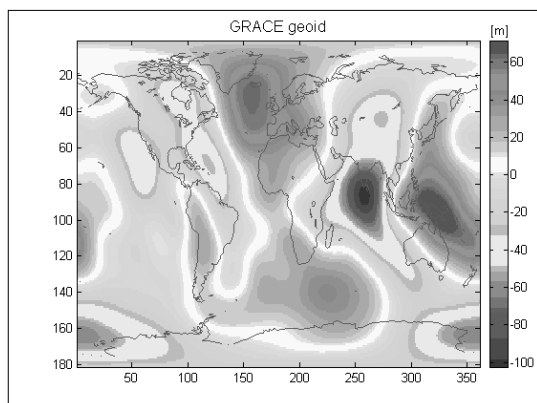
6. Eredmények

Amikor „gravitációs modellről” beszélünk, a földi gravitációs tér egy matematikai leírását értjük alatta. A földi potenciált legelterjedtebben a gömbfüggvénysoros alakban szokták megadni. Gravitációs modellt a gömbfüggvénysor együtthatóinak ismerete jelent. A gömbfüggvénysor együtthatókat a potenciálzavar különbségek 3. ábrán mutatott idősorából kiegyenlítésével nyertük.

A kiegyenlítés a legkisebb négyzetek módszere szerint történt. Mivel ilyen nagy adathalmaz kezelésére a nagy memóriagigény miatt a legkisebb négyzetek módszerének közvetlen megoldására nincs számítógépes kapacitásunk, a módszernek egy numerikusan átalakított megoldásával, az ún. PCGMA módszerrel [Han, 2003] 70 fokig és rendig végeztük. A módszer egy előzetesen definiált, az ismeretlenek nagyságrendjére vonatkozó kényszer ismeretében lehetővé teszi a legmemóriaigényesebb feladat (ez a normál mátrix invertlása) megkerülését egy iteratív módszerrel.

Az így kapott gömbfüggvénysor együtthatók önmagukban véleményünk szerint nem szemléletesek, ezért ehelyett az ezek segítségével meghatározott geoid képét mutatjuk a 4. ábrán. Az ábrán a normál potenciál által leírt szabályos ellipszoidi részt levontuk, így az ábrán látható magasságok (méterben) az ellipszoidhoz képesti eltéréseket jelentik.

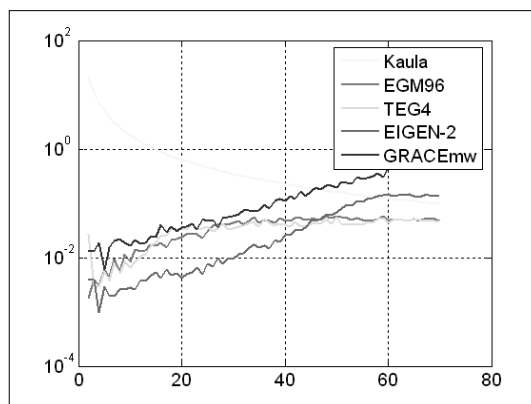
A 4. ábrának a vízszintes tengelyén a fokok számozása Greenwich-csel áttelenes meridiántól, a dátumválasztó vonaltól kezdődik, míg a függőleges tengely mentén az északi sarktól ábrázoltuk a fokokat. A mellékelt skála segítségével leolvasható, hogy például India alatt több mint



4. ábra. A GRACE geoid

100 méterrel az ellipszoid alatt van a geoid, míg Indonéziánál, illetve Afrikától délre és Izland térségében jelentősebb kiemelkedése van az ellipszoidhoz képest.

A globális geoid képen túl pontossági becslést is szeretnénk prezentálni. Ebből a célból a gömbfüggvénysor együtthatóhoz nyúlunk vissza. Az 5. ábrán az együtthatók becslést fokenkénti hibáit, az ún. „fok variancia” értékeket láthatjuk. A gravitációs erőter együtthatóinak fokszámának jelentést leginkább a gravitációs tér formáinak, vonásainak méreteivel kapcsolatban lehet érzékelteni. A gravitációs erőter nagyobb részleteit a kisebb fokszámok, míg a kisebb vonásokat a magasabb fokszámú együtthatók fejezik ki.



5. ábra A gömbfüggvény együtthatók becslést fokenkénti hibái

Az 5. ábrán látható gömbfüggvénysor együtthatók fok varianciáját a $\sigma_l = \sqrt{(C_{lm} - C_{lm}^{ref})^2 + (S_{lm} - S_{lm}^{ref})^2}$ összefüggéssel számoljuk, ahol a „ref” felső indexszel ellátott együtthatók az összehasonlítás alapjául szolgáló, egy korábban ismert gravitációs modell együtthatóit (referencia modellt) takarják. Az összehasonlítás alapjául az első hivatalosan publikált GRACE modellt, az EIGEN-GRACE01S választottuk. Az 5. ábrán feltüntetett, illetve a referencia céllal kiválasztott modelleket ismertetjük a következőkben.

- EIGEN-GRACE01S (a referencia modellt): 39 nap GRACE mérési adatokból számított modell (maximális fok: 360)
- EGM96: 1996-os földfelszíni és altimetriai mérési adatokból számított modell (maximális fok: 360)
- EIGEN-2: 2003-as 6 hónap mérési eredményeinek feldolgozása a CHAMP projektnek (maximális fok: 140)

OSU91A: földfelszíni gravimetriai mérések és altiméterai mérések adatainak felhasználásával készült 1991-es modell (maximális fok: 360)

GRACE: az általunk készített modell, mely 4 hónap mérési eredményei alapján számítottunk, felhasználva a mikrohullámú távolságmérés adatait a GRACE műholdaknak (maximális fok: 70)

Korábbi modellek viszonylatában a mi modellünk (az ábrán mint „GRACE” szerepel) egyes modellekhez képest kisebb (pl. a hivatalos CHAMP modell, EGM96), másokhoz képest nagyobb (OSU91A) hasonlóságot mutat a vizsgálat alapjául választott EIGEN-GRACE01S modellel. Ez azt jelzi, hogy az eredményeink reálisak, mivel egyéb gravitációs modellektől elviekben is független módszerrel azokkal hasonló eredményre jutottunk. Abszolút értelemben pontossági sorrendet hirdetni nem lehet, mivel az eredmény az összehasonlítás alapjául választott gravitációs modell függvénye. Összességében a modellünk az egyéb modellekkel jó korrelációt mutat, így ennek további finomítása és pontosítása értékes eredményeket szolgáltathat.

Végezetül megjegyeznénk, hogy az összehasonlítás nem csak a gömbfüggvény együtthatók megbízhatósága terén lehetséges, hanem a belőlük előállított geoidmodelleket is összevethetjük [Paizs 2006]. Az ilyen jellegű vizsgálatok az 5. ábra összehasonlításával megegyező eredményt adnak.

IRODALOM

Csapó G.–Földvály L. (2006): A magyarországi gravimetria története napjainkig. Geodézia és Kartográfia, 2006/07.

Földvály L. (2004): A 2000-es évek első évtizede: A gravimetriai műholdak korszaka, Magyar Geofizika 45(4): 118–124

Földvály, L.–Wermuth, M. (2005): Gravity Inversion Techniques for High-Low SST Applied to a Simulated GOCE Orbit, Acta Geodetica et Geophysica Hungarica 40(1): 1–13

Gerlach, Ch.–Földvály, L.–Svehla, D., et al. (2003): A CHAMP-only gravity field model from kinematic orbits using the energy integral, Geophysical Research Letters 30(20): 2037, doi:10.1029/2003GL018025.

Han, S.-C. (2003): Efficient Global Gravity Determination from Satellite-to-Satellite Tracking (SST), Geodetic and GeoInformation Science, Ohio State University, Report No. 467.

Paizs Z. (2005): Geopotenciális modell számítása GRACE bázisvonal alapján, BME TDK dolgozat

Paizs Z. (2006): Geopotenciális modell számítása GRACE mikrohullámú távolságmérés alapján, BME diplomamunka

Determination of a gravity model based on four-month of GRACE observations

Paizs, Z.–Földvály, L.

Summary

The paper provides an overview of the most up-to-date results of GRACE related researches at the MTA-BME Physical Geodesy and Geodynamics Research Group. A gravity model has been determined based on 4 month of GRACE data using the energy integral approach for processing and PCGMA method for adjusting. The result is comparable with the recent satellite-only gravity models.