



Az ETRS89 és a HD72 rendszerek közötti térbeli hasonlósági transzformáció néhány gyakorlati kérdése

Dr. Busics György

NyME Geoinformatikai Főiskolai Kar

A műholdas helymeghatározó rendszerek, eszközök terjedésével a helyi vonatkoztatási rendszerbe történő transzformáció mindennapos, szükséges eljárássá vált. Sokan, sokféle szempontból foglalkoztak lapunkban is számos, ezzel kapcsolatos kérdéssel. Ebben a cikkben a geodéziai (cm-es) pontosság betartása, illetve növelése érdekében néhány tapasztalatra hívjuk fel a figyelmet gyakorlati példák alapján.

Az egyszerűség kedvéért a GPS mérésből kapott koordináták vonatkoztatási rendszerének jele legyen WGS (GPS), míg a cél-rendszer jele legyen EOVS. Feltételezzük, hogy a közös pontok EOVS-koordinátái mellett azok magasságát is ismerjük.

A transzformáció jellege

A továbbiakban csak az ún. hétparaméteres térbeli hasonlósági transzformációs modell használatát feltételezzük, mivel a gyakorlatban ez a legáltalánosabb eljárás, a modell a legtöbb szoftverbe be van építve. Ennek — az interpolációs eljárásokhoz képest — egyik előnye, hogy nem engedi meg a durva hibák elkenését. További előnye, hogy kétirányú átmenetet biztosít a két vonatkoztatási rendszer között, vagyis a paraméterek oda-vissza irányban számíthatók, ami a gyakorlatban sokszor szükséges. A modell feltételezi, hogy mindkét rendszerben a pontok térbeli derékszögű koordinátákkal adottak. Problémát jelenthet, hogy az EOVS rendszerben valamely közös pontnak nincs magassága vagy a magasság megbízhatatlan. (A WGS rendszerben természetesen ismert a pont mindhárom koordinátája.) Ilyenkor egy előzetes transzformációt végzünk olyan pontok bevonásával, amelyek az EOVS rendszerben is megbízható magassággal rendelkeznek, majd azon pontokat, amelyek Balti magassága hiányzik, át-számítjuk. A következő, az összes közös pont bevonásával végzett végeleges transzformációnál az átszámított magasságot használjuk fel. Az előze-

tes transzformáció — amikor a hiányzó magasságú pontok magasságának megadása a cél — nemcsak térbeli hasonlósági modell, hanem ún. *kétlépcsős modell* alkalmazásával is végezhető.

A transzformáció közös pontjainak kiválasztása

Alapvető feltétel, hogy a transzformációs közös pontok körülöleljék a munkaterületet (az átszámítandó pontok a közös pontok alkotta külső poligonon belül helyezkedjenek el), számuk legalább négy legyen (a fölös adatok miatt), és valóban azonos, azaz egymásnak megfelelő, az adott vonatkoztatási rendszerben meghatározott eredeti koordinátákkal bírjanak. Megjegyzés: akkor is helyi transzformációt használunk, ha a mérés referenciapontja a helyi munkaterületen kívül helyezkedik el. Az aktív hálózat kiépülésével egyre többször fordul elő, hogy a munkaterületünkől viszonylag távoli (például 50 km-re eső) permanens állomást használunk a relatív helymeghatározáshoz. Mivel a WGS rendszer (a permanens állomások koordináta-rendszere) kerethibája kicsi, a mért pontok WGS koordinátáinak pontossága is cm-es lehet. Az EOVS lényegesen nagyobb kerethibái miatt azonban a transzformációt csak helyi, kb. 20 km-es körzetre kiterjedő paraméterekkel szabad végezni.

Az első, természetesnek tekinthető megoldás, hogy a közös pontokat *kizárólag az OGPSH pontjai közül* választjuk ki. Az OGPSH kiépítésének egyik célja éppen az volt, hogy az ország egész területén, egyenletes sűrűségben biztosítsa a helyi WGS—EOVS transzformációt, és így bármely munkaterületre (átszámítandó pontmezőre) vonatkozóan a transzformációs paraméterek bármikor előállíthatók. Természetesen a mérést (a mért és átszámítandó pontok WGS koordinátáinak biztosítását) is az OGPSH vonatkoztatási rendszerében, az ETRS89 rendszerben kell megoldani. Az OGPSH pontok használatának előnye, hogy azok valóban *azonos* pontoknak tekinthetők (többszö-

rös ellenőrzésen estek át), mindenütt rendelkezésre állnak (a felhasználónak nem jelent külön munkát, hogy meghatározásukkal foglalkozik). További előny, hogy az OGPSH pontok Balti magasságai GPS mérésből lettek transzformálva, ezáltal nagyon jó illeszkedés érhető el magassági értelemben. Az általunk átszámítandó pontok transzformált magassága megbízható EOMA-rendszerű magasságnak tekinthető.

A második megoldás szerint *kizárólag EOVA pontokat* használunk fel a transzformációhoz. Vegyük példaként azt a gyakorlati helyzetet, amikor RTK (valós idejű kinematikus) részletméréshez a munkaterület legideálisabb pontján (egy tetszőleges, nem ismert ponton) helyezzük el a bázisvevőnket! Ezen referenciapont WGS koordinátáinak elfogadjuk a pillanatnyi mérésből származó úgynevezett navigációs koordinátákat, ezzel lényegében egy helyi térbeli rendszert hoztunk létre. A mozgó vevővel felkeresünk négy EOVA pontot, és néhány perces méréssel meghatározzuk a helyi, kvázi WGS-rendszerű térbeli koordinátáikat. A négy pontra támaszkodva ezután meghatározzuk a helyi térbeli rendszer és az EOV közötti transzformációs paramétereket, majd — immár EOV-rendszerben — elvégezhető a felmérés vagy a kitzés. Ez a megoldás elvileg helyes, a magyar viszonyok között azonban felvethető, hogy nem használjuk ki azokat az előnyöket, amiket az OGPSH nyújt. Ezért hangsúlyozzuk, hogy a négy EOVA pont saját bemérését megtakaríthatjuk, ha az OGPSH referenciarendszerében dolgozunk.

A harmadik megoldás az, ha *vegyesen használunk OGPSH és EOVA pontokat*. Ha azt szeretnénk elérni, hogy a lehető legjobb legyen az illeszkedés a mérés rendszere (ETRS89) és a térképezés rendszere (EOV) között, akkor ezt a megoldást választjuk. Kétségtelenül többletmunkával jár, hogy a GPS mérés során további EOVA pontokat is be kell vonnunk a mérésbe, de nagytömegű pontsűrítés esetén ezt gyakran elő is írják. Lehetőleg negyed- vagy magasabb rendű alappontokat vonjunk be a meghatározásba, minden esetben az eredeti anyaponton (az esetleges fejelőkövet el-távolítva) végezve a mérést.

A minél jobb illeszkedés elérése céljából végzett transzformációra példaként említjük a magyar–jugoszláv államhatár Szeged környéki F szakaszát, ahol 4 OGPSH pont, 28 darab országos vízszintes alappont mindhárom koordinátájával, két rendszerben (jelen esetben ETRS89 és HDR) volt adott, és a GPS mérésbe bevontak további, mintegy 50 határpontot is, amelyeknek azonban

csak vízszintes koordinátái voltak, magasságuk nem ismert. Először az OGPSH pontok alapján egy előkészítő transzformációt végeztünk, aminek az volt a célja, hogy kiszűrjük a durva magassági hibával terhelt pontokat, illetve magasságot adjunk azon pontoknak, amelyek Balti magassága hiányzott, vagy nem volt megfelelő megbízhatóságú. Összesen nyolc vízszintes alappontnak változott meg így a Balti magassága, és 26 kiválasztott határpontnak született Balti magassága. Ebben az esetben a végleges transzformációs paraméterek meghatározására összesen 54 darab közös pont bevonásával került sor, így volt elérhető a legjobb összhang a GPS mérés rendszere és a helyi (HDR) rendszer között.

Geoid modell figyelembevétele

A térbeli transzformációs modell alkalmazásához elő kell állítani mindkét rendszerben a közös pontok térbeli derékszögű koordinátáit. Az EOV esetében a korrekt megoldás a következő lépéseket jelenti: y, x síkkoordinátákból földrajzi koordináták (φ, λ) számítása az IUGG67 ellipszoidon; a Balti magasság (H) és a geoid-unduláció (N) összegeként ellipszoid feletti magasság számítása ($h=H+N$), majd ezen földrajzi ellipszoidi koordináták átalakítása térbeli derékszögű koordinátáká. A gyakorlatban rendszerint nem ezt a korrekt lépés-sort használjuk, mert nem ismerjük a geoid-undulációt, így az ellipszoidi és a Balti magasságot azonosnak vesszük ($h=H$). Ezt a közelítést a hasonlósági modell — az eltolási és forgatási paraméterekkel — bizonyos mértékig „kezelem”, mert síkillesztést végez, de minél nagyobb a munkaterület (a közös pontok körének átmérője), az ellentmondás annál jobban kiütöközik. Javasolható, hogy 20 km-nél nagyobb átmérőjű munkaterület, illetve szabatos magassági igény esetén geoid modellt használjunk.

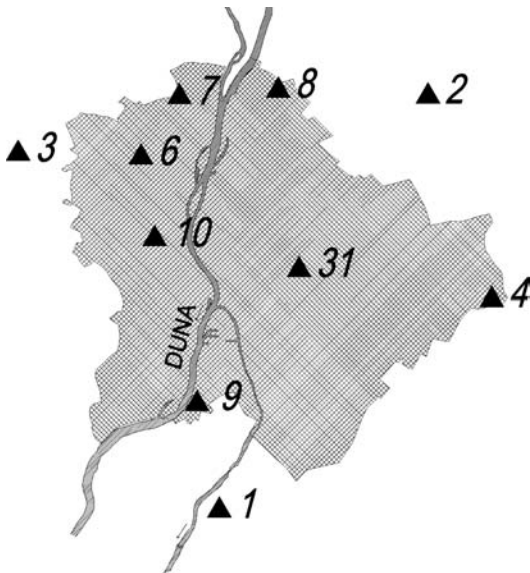
Konkrét példaként tíz budapesti elsőrendű pont GPS—EOV transzformációját mutatjuk be geoid modell felhasználásával és anélkül (*1. ábra*). Ismeretes, hogy a fővárosnak az 1930-as években kiépített vízszintes alapponthálózata kiváló. Ezt az 1990-es évek közepén végzett GPS mérés is igazolta. A meghatározásba bevont elsőrendű alappontok magasságát szinthezással újra mérték és a transzformációnál ezeket a szintezett Balti magasságokat használtuk.

Kérdés volt, hogy ha a vízszintes értelmű maradék ellentmondások abszolút értékeinek átlaga 16 mm, akkor magassági értelemben miért lényege-

pontszám	Geoid nélkül			HGGG98	HGEO2000	HGGG2000
	dx	dy	dH	dH	dH	dH
1	-0,004	-0,010	0,029	-0,001	-0,017	0,002
10	-0,017	0,019	-0,060	-0,011	0,013	-0,001
2	0,005	0,003	-0,021	-0,018	-0,010	-0,019
3	-0,031	-0,028	-0,034	-0,009	-0,018	-0,020
31	0,003	0,039	0,049	0,040	0,034	0,031
4	-0,028	-0,016	-0,071	-0,020	-0,025	-0,019
6	0,016	0,013	-0,059	-0,022	-0,033	-0,017
7	0,004	0,009	0,033	0,005	0,006	0,013
8	0,018	-0,024	0,106	0,032	0,025	0,029
9	0,033	-0,004	0,028	0,003	0,025	0,001
absz. átlag	0,016	0,016	0,049	0,016	0,021	0,015
terjedelem	0,064	0,067	0,176	0,062	0,067	0,050

I. táblázat Maradék ellentmondások topocentrikus rendszerben 10 budapesti alappontnál.

sen több, 49 mm ez az érték (I. táblázat). A legnagyobb javítás vízszintes értelemben nem éri el a 4 cm-t, míg magassági értelemben meghaladja a 10 cm-t. A transzformációt ezért a FÖMI KGO-ban kifejlesztett három geoid modell alapján is elvégeztük (HGEO2000 gravimetriai geoid, illetve az OGPSH-hoz illesztett 1995. és 2000. évi GPS-gravimetriai kvázigeoid). Az I. táblázatból szembevető a magassági értelmű maradék hibák lényege



1. ábra A budapesti elsőrendű hálózat 10 vizsgálati pontja

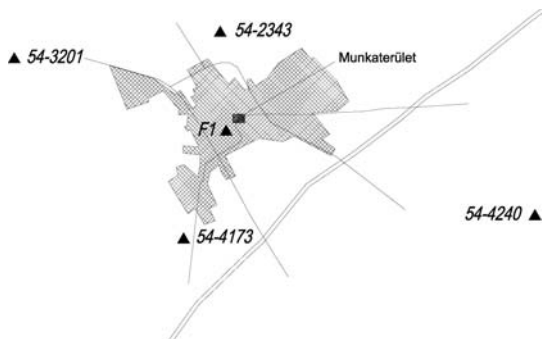
ges csökkenése akkor, ha geoid modellt használunk. Az is látható, hogy az újabb geoid modell jobb illeszkedést ad. A javítások abszolút értékének átlaga a geoid nélküli 49 mm-es értékről 16,

21, 15 mm-re csökkent a különböző modellek figyelembevételkor. Míg geoid modell nélkül a magassági javítások terjedelme (max.-min. különbség) 176 mm, addig a legújabb geoid használatkor ez az érték 50 mm.

Interpoláció maradék ellentmondások alapján

Ha azt szeretnénk elérni, hogy a WGS koordinátákat minél jobban beillesszük a közös pontok helyi (EOV) rendszerébe, akkor a térbeli hasonlósági transzformációt is végezhetünk a maradék ellentmondások alapján. Ilyen megoldással a vetületi átszámításoknál évtizedekkel ezelőtt is éltünk, de akkor a közös pontok maradék ellentmondását feltüntetve, izovonalas ábrákat szerkesztettünk mindegyik koordinátára, majd interpolálással leolvastuk a másodlagos javítás értékét az átszámítandó pontnál. Ma ez a folyamat is automatizált. Egyes szoftverek meghatározzák az átszámítandó pont és a közös pontok távolságát (t), majd az $1/t$ vagy az $1/t^2$ súly figyelembevételével határozzák meg a megfelelő koordinátára eső másodlagos javítást. A hazai GeoCalc szoftver (www.geocalc.hu) az átszámítandó ponthoz legközelebb eső három közös pontra, mint egy háromszög csúcspontjaira az ott kimutatott maradék ellentmondásokból síkillesztéssel (interpolációval) állapítja meg az átszámítandó pont másodlagos javítását, mindhárom koordinátára a megfelelő értéket. Ez utóbbi megoldás korrekt és eredményes a két vonatkoztatási rendszer közötti minél jobb összhang megteremtése érdekében.

Példaként vegyünk öt vizsgálati pontot, amelyeket Székesfehérváron, a GEO környékén, a Lövölde út—Budai út kereszteződésében mértünk GPS-szel és tisztán földi úton is (2. ábra). Először



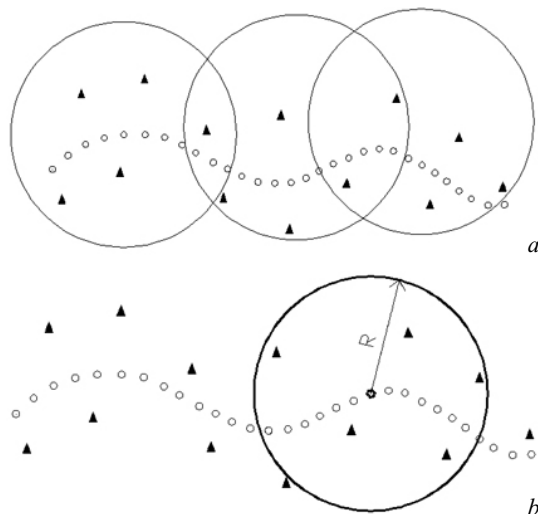
2. ábra A székesfehérvári transzformációs közös pontok és a vizsgálat munkaterülete

a vizsgálati pontok GPS mérésből kapott WGS koordinátáit a Fehérvár körüli négy OGPSH pont alapján átszámítottuk EOVS rendszerbe. Így a tisztán irány- és távméréssel meghatározott koordinátákhoz képest y irányban 33 mm, x irányban -26 mm átlagos eltérést kaptunk. Ezután a transzformációs közös pontok számát eggyel növeltük, ugyanis a Főiskola egy régebbi tetőpillére mindkét rendszerben szabatosan meg volt határozva, így azt is bevontuk a transzformációba. A vizsgálati pontoknál így az átlagos eltérés $dy=+24$ mm, $dx=-25$ mm lett. Azért nem javult jobban az eredmény, mert a munkaterület közvetlen közelében lévő főiskolai pillér maradék ellentmondása $dy=+36$ mm, $dx=-3$ mm volt. Az átszámítást ezután a GeoCalc interpolációs eljárásának bekapcsolásával is elvégeztük. Így a vizsgálati pontok transzformált EOVS koordinátáinak átlagos eltérése a földi úton mérhető képest $dy=-5$ mm, $dx=+1$ mm lett. Az interpolációs másodlagos javítással tehát sikerült csökkenteni a munkaterületen az illeszkedés eredeti, szokásos transzformációval kapott 2–3 cm-es hibáját, ami nyilvánvalóan nem mérési hiba volt, hanem a közös pontok kerethibából adódó transzformációs hiba.

A transzformáció kiterjesztése nagyobb területre

A gyakorlatban munkaterületünk átmérője a helyi transzformációnál ajánlott 10–20 km-es méretnél nagyobb is lehet. Tipikusan ilyen például az autópálya építés vagy a több településre kiterjedő felmérés. Ilyenkor a nagyobb munkaterületet kisebb, ideális méretű transzformációs övezetekre osztják fel, és az egyes övezetekre külön-külön számítanak paramétereket (3. ábra). Problémát jelenthet, hogy az átszámításnál előbb vizsgálni kell az átszámítandó pont hovatartozását, illetve a több

övezetbe is besorolható pontokat kezelni kell. A probléma megoldható, ha nem előre definiált övezeteket létesítünk, hanem minden egyes átszámítandó ponthoz külön-külön határozzuk meg az egyedi transzformációs közös pontokat. Ez szoftveres úton automatizálható, amennyiben előre megadjuk az átszámítandó pont köré írható azon



3. ábra Hosszan elnyúló munkaterület transzformációs lehetőségei:

- a) transzformációs övezetekre osztás (fix körök);
- b) keresősugaras megoldás (a kör pontonként „vándorol”).

körnek a sugarát (az ún. keresősugarat), amelyen belül egy előre meghatározott adatbázisban a transzformáció közös pontjait a program kiválasztja, esetleg ezen belül korlátozzuk a közös pontok darabszámát. Az átszámítás előkészítéséhez tartozik tehát a teljes munkaterületre kiterjedő transzformációs közös pontok megadása, amit csak gondos mérlegelés, kísérletezés, ellenőrzés után tehetünk meg. Maga az átszámítás automatizált és egyértelmű, ha a közös pontok adataiban nincs változás.

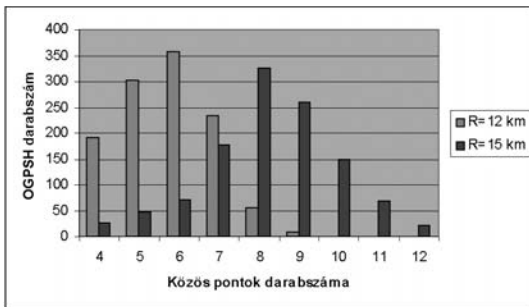
A GeoCalc szoftver keresősugaras eljárását alkalmazzák a FÖMI Államhatárügyi Osztályán, ahol az államhatár GPS mérésből kapott koordinátáit esetenként a 100 km-t meghaladó határszakaszok mentén kell átszámítani a helyi rendszerbe. A FÖMI KGO-ban kifejlesztett és Interneten (www.fomi.hu) ingyenesen hozzáférhető szoftver hasonló elven működik (a szoftver neve: EEHHTT—EUREF—EOVS hivatalos-helyi térbeli transzformáció). Itt a közös pontok adatbázisa az összes OGPSH pontot jelenti, az ország bármely

pontja helyi paraméterekkel, kicsi transzformációs hibával átszámítható.

A lokális GPS—EOV transzformáció várható hibái

Az OGPSH elkészülte után a FÖMI KGO-ban vizsgálták, és szükség esetén javították a közös pontokban mutatkozó durva hibákat. Olyan izovonalas ábrát is készítettek, amely a helyi transzformáció alapján az EOVA hibáit mutatja be. A lokális transzformáció várható hibáinak ismerete fontos a hibahatárok megadása szempontjából is.

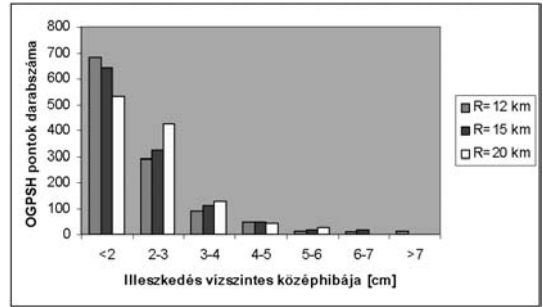
Az előzőekben bemutatott keresősugaras megoldást az OGPSH teljes hálózatára, összesen 1151 pontra, 12, 15 és 20 km-es keresősugár mellett alkalmaztuk a GeoCalc programmal. A program minden egyes OGPSH pontra automatikusan elvégezte a közös pontok meghatározását a beállít



4. ábra A közös pontok darabszámának alakulása az OGPSH pontok 12, illetve 15 km-es körzetében

tott keresősugárnak megfelelően (ebbe beletartozott az aktuális OGPSH pont is), majd dokumentálta a transzformációt.

A vizsgálat szempontjából itt most csupán a transzformációs pontok darabszámának és a vízszintes illeszkedés középhibájának statisztikáját mutatjuk be. A 4. ábra a transzformációs közös pontok darabszámát mutatja; azt igazolja vissza, hogy egy kiválasztott pont 15 km-es körzetében mindig találunk legalább négy OGPSH pontot, de általában ennél többet (az országhatár mentén természetesen nagyobb transzformációs övezet kell kijelölni). Az 5. ábra a vízszintes értelmű maradék ellentmondások nagyságrendje szerint csoportosítva azok eloszlását mutatja. Bár az esetek mintegy felében 2 cm-nél kisebb vízszintes hiba várható lokális transzformáció esetén, de maradtak kritikus helyek a hálózatban. Szám szerint például 16 azon OGPSH pontok száma, ahol az em



5. ábra A vízszintes illeszkedési hibák eloszlása 12, 15, illetve 20 km-es keresősugarú transzformációs övezetek esetén

lített középhiba a 6 cm-t meghaladja, és 15 esetben van 5—6 cm között (15 km-es sugárnál). Egy általános érvényű hibahatár megadás addig nem javasolható, amíg a kritikus pontok ellentmondásait nem tisztázzuk.

A transzformáció dokumentálása

Az alkalmazott transzformáció megfelelő dokumentálása két okból is szükséges. Egyrészt nyomon követhetőség és ellenőrzés céljából, amit minden geodéziai munkánál megkívánunk; másrészt a megismételhetőség, újraszámítás céljából. A munkaterületen végzett későbbi meghatározások során ugyanazt a transzformációs eljárást érdemes követni, mint eredetileg. Ha nem így járunk el, az eltérő transzformációs paraméterekből adódóan cm-es nagyságrendű eltérésekre számíthatnánk, amelyek további ellentmondásokat okozhatnak egy régebbi és egy újabb GPS mérés között.

A megőrzésre, tárolásra, leírásra javasolt adatok a következők.

- A közös pontok azonosítója és mindkét rendszerbeli eredeti koordinátái.

- A transzformáció jellege és paraméterei.

- Az alkalmazott geoid modell, a közös pontok unduláció értékei.

- Az alkalmazott másodlagos javítási (interpolációs) eljárás.

- Az alkalmazott keresősugaras eljárás, a sugár hossza.

- A maradék ellentmondások geocentrikus és topocentrikus rendszerben.

IRODALOM

Ádám—Bányai—Borza—Busics—Kenyeres—Kraut er—Takács: Műholdas helymeghatározás. Műegyetemi Kiadó, Budapest, 2004

Busics Gy.: GPS felmérési hálózatok tervezési és minősítési szempontjai. Geod. és Kart. 2000/3. 23—29.

Kenyeres A.—Seemann J.: Az OGPSH-pontok tengerszint feletti magasságának meghatározása GPS-technikával. 1991/1. 18—23.

Kenyeres A.: A geoid hosszúhullámú komponeense a Stokes-integrál módosítási eljárásaiban és a GPS-gravimetriai geoidban. PhD értekezés, BME, 2001

Virág G.: Az Egységes Országos Alaphálózat vizsgálata az OGPSH tükrében. Geodézia és Kartográfia, 1999/5. 22—26.

Some Practical Questions of the ETRS89—HD72 local 3D Transformations

*Busics, Gy.
Summary*

The paper presents some experiences and recommendations of about on the usage of local classical 3D transformation in Hungary. The main aspects that were discussed are the following: the choice of common points; need for geoid model; interpolations with respect to the residuals; how the transformation can be automated in the case of large area and transformation zones; what the documentation of computations has to consist.

Datakart Geodézia Kft.

munkatársakat keres az alábbi munkakörökben:

FŐMÉRNÖK

szervezési és értékesítési feladatok ellátására

Elvárásaink:

- Felsőfokú műszaki végzettség • Minimum 3 éves szakmai tapasztalat hasonló területen
- Német és / vagy angol nyelvtudás • Kiváló kommunikációs- és szervezőkészség

Előnyt jelent:

Szakmai kapcsolatok

Jelentkezés írásban Szabady Zsoltnál

Cím: 1126 Budapest, Királyhágó utca 2.

e-mail: szabady@datakart.hu

FÖLDMÉRŐ MÉRNÖK / TECHNIKUS

Elvárásaink:

- Ingatlanrendezői minősítés

Előnyt jelent:

- ITR, Geoeasy, Geoprofi, Microstation, ill. GPS ismeret
- B kategóriás jogosítvány szükséges

Jelentkezés írásban Kertész Bertalannál

Cím: 1126 Budapest, Királyhágó utca 2.

e-mail: bertalan.kertes@datakart.hu

web: www.datakart.hu