



A szögmérés kezdetei a földmérésben

Fleck Alajos,
a FÖMI nyug. tud. főmunkatársa

A terepi alakzatok síkrajzi felmérését szolgáló szögmérés kibontakozását tárgyaljuk. Nem karoljuk fel sem az ókori, sem az Európán kívüli civilizációk földmérési gyakorlatát. Tanulmányunkban a keresztény Nyugat geometria practicájára szorítunk. A gyakorlat formálódását a sokszögelési eljárás kialakulásáig bezárólag követjük nyomon, de a háromszögelési elemeket hordozó szög- és iránymérésekkel nem foglalkozunk, mert arról [1]-ben már szoltunk.

Előzmények

Amíg tereppontok és határvonalak valóságú ábrázolására csak korlátozott igény volt, megtette a terület szemrevételezése alapján készített helyszínrajz, de szokásba jött a birtoklásnak szövegbe foglalása is minden rajzos melléklet nélkül. Már kezdetől fogva a távolságokat szükség szerint lépés útján állapítottak meg. Így vált az idők folyamán hosszmérési mértékegységgé az emberi lépés.

A rajzos ábrázolási gyakorlat terjedése együtt járt bizonyos pontossági elvárásokkal. Gátat szabott ennek a terepi földmérők tudásszintje és kezdetleges eszköztára. A geometriának kezdetben a láncon, a kötélén, a mérőrúdon és a kitűzőrúdon kívül más eszköze nem volt. Ilyen felszereltséggel mégis a kissé szabálytalan földrészlet alakját is képesek voltak a valóságot jól megközelítően ábrázolni. Az ilyenféle rajzolatok alakhűsége leginkább készítőjének hozzáértésétől függött.

Nagyobb távolság mérésére használatba jöttek különféle lépésszámláló eszközök, egyaránt alkalmazhatóan emberi és lólépések számlálására (1. ábra). Ide tartoznak a kerékfordulat számláló készülékek is, melyeket akár tolos mérőkeréken, akár mérőszekereken is alkalmaztak. Ezeket az ún. hodométereket már az automatizálás kezdeteként is értékelhetjük.

1) Ha sok töréspontú földrészletnél a feladat csupán a terület nagyságának megállapítása volt, a határvonal görbületeit, kibe szögelléseit szemmértékkel egyenes vonallá egyenlítették ki [4].

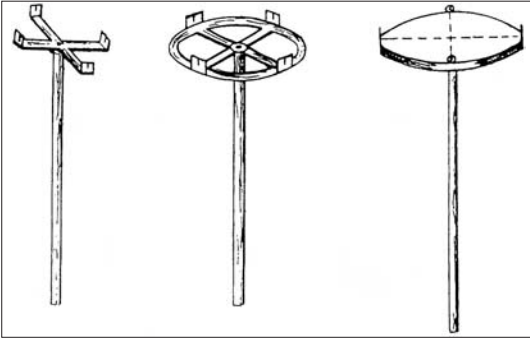


1. ábra Lépésszámláló eszközök

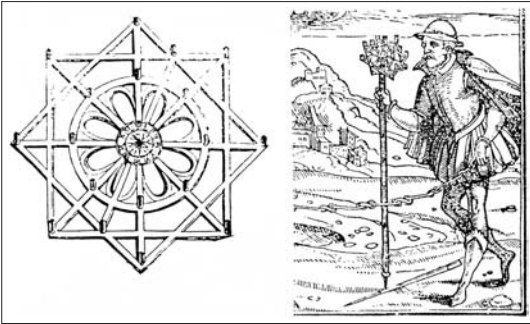
Szögmérési kezdemények

A nagyobb kiterjedésű, de méginkább a szabálytalan alakú földrészletek igényesebb ábrázolása lehetetlen volt a határvonal-törések képezte szögek ismerete nélkül. Megállapításához a XV. századtól általánosan ismert derékszögelő keresztet használták legkorábban, mely a rómaiak grómájának egyszerűsített változata. Több formáját is ismerjük (2. ábra). A derékszög száraihoz viszonyítottan becsülték meg a ki- vagy beszögelés nagyságát.¹

A derékszögelő keresztnek továbbfejlesztett változatát szemlélhetjük a [10]-ből vett ábrán. A nyolc főirányt rögzítő dioptrák útján (3. ábra) a szögszárak irányát már jó megközelítéssel tudták megállapítani. A konstrukcióban már a szögmérő



2. ábra Derékszögelő kereszték



3. ábra Nyolc főirányt rögzítő dioptra

tárcsa előfutárát véljük látni. Kiterjedtebb használatáról nem tudunk. Lehet, hogy csak mintapéldányát állították elő.

A derékszögelő keresztnek derékszögű koordinátamérésre való használatáról tárgyidőszakban nincs tudomásunk.

Poláris iránymérés

Amint a geometrák eszköztára a mérőkvaldráttal és a teljes-, fél- vagy negyedkörös (kvadráns) fok

2) Az osztrák származású *Georg Joachim Rheticus* (1514–1574) a „*Chorographia Tewsch ...*” című kéziratában a déli irány kitűzéséhez [1] háromféle módszert is leírt.

3) A *Descriptio urbis Romae* kéziratot a Newberry Librari Chicago őrzi Cod. 44/102/ jelzeten.

4) Az iránytű európai előfordulásáról már a XII. században tudunk. Ismereteink szerint legkorábban a francia *Petrus Peregrinus de Maricourt* (*Pierre le Pélérin*) írta le részletesen az 1269. évi „*Epistola de magnete*” címen ismert levelezésében (*Revue d'Histoire des Sciences*, Paris, 1975/3).

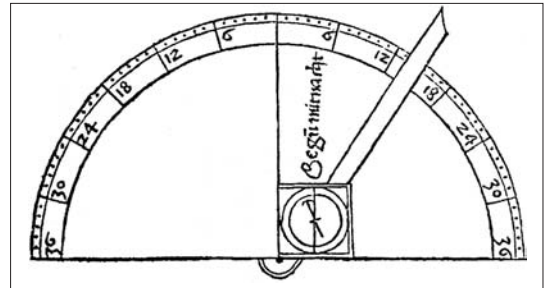
5) Bevésett deklináció értékét (11° keleti elhajlás) első ízben az osztrák *Georgius de Peuerbach* (1423–1461) által *III. Frigyes* német-római császár részére 1451-ben aranyozott rézből készített zsebnapórán találni (jelenleg: Landesmuseum, Innsbruck). Nem bizonyos, hogy a mágneses elhajlást *Peuerbach* fedezte fel. Szóba jöhet tanítványa: *Joannes Regiomontanus* is, de nem zárható ki a német eredet sem.

6) Jelenleg: Biblioteca Nacional, Madrid, Ms. 913.

és óraosztáson ún. „lapos” műszerekkel és hozzávaló felrakó alkalmatosságokkal bővült, alkalmazni kezdték az egyálláspontos poláris pontmegtározás módszerét. Azaz rögzített vagy csupán kézben mozdulatlanul tartott műszerrel a tereptárgyra irányt mértek, és a távolságot mérés vagy becslés útján megállapították. Ha a műszert vagy a helyszínrajzot tájolni akarták, ugyan körülményes úton², de a déli irányt többféle módon is ki tudták tűzni. A déli irány domináns voltával magyarázható a korabeli térképek déli tájolása.

Ismereteink szerint a poláris módszert tényleges felmérésre először az olasz *Leon Battista Alberti* (1404–1472) alkalmazta [7]. Az 1432–34. években a Capitolium tetejéről felvette Róma városfalát, azon belül a Tiberis folyót és néhány építményt³. A mintegy 53 cm átmérőjű, 48 osztásos körtárcsájának középpontján átfűzött másfél méteres zsineggel irányoztak. Arról nem tudunk, hogy a polárisok hosszát hogyan állapították meg.

A polárisos felmérésnek, a mérőműszernek iránytűvel⁴ való felszerelése adott lendületet. Félkörös iránytűs tárcsával (4. ábra) vette fel a német



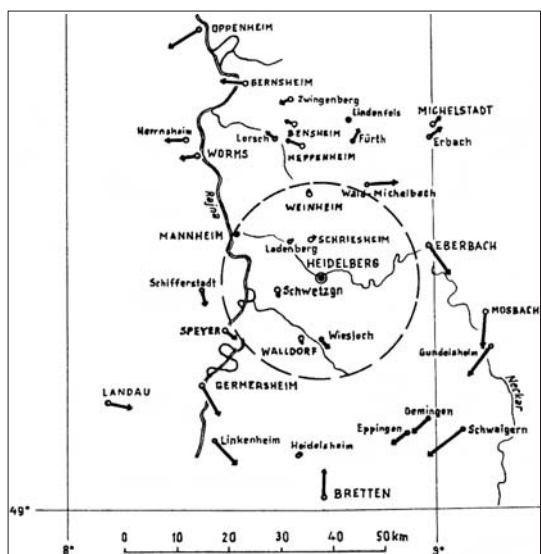
4. ábra Félkörös iránytűs tárcsa

Sebastian Münster (1489–1552) Heidelberg környékét. Az ábrából kitűnik, hogy a tájolásnál figyelembe vették a mágnesű deklinációját is⁵. Münsternek Oppenheimben, 1528-ban kinyomtatott „*Erklärung des neuen Instruments...*” c. művéből⁶ tudjuk, hogy álláspontját dombtetőre telepítette. A körnegyedkenti irányleolvasások egyértelműségét a jegyzőkönyvben „*jobbos*”, ill. „*balos*” bejegyzés biztosította. A polárisok hosszát lovaglással vagy meneteléssel állapították meg, mindkét esetben lépésszámláló eszközt használva. A rajzi felrakást félkörös papír-transzportőrrel végezték. Az irányokat a rajzlapon a körközéppontból induló fonál útján rögzítették.

Megvizsgálandó *Münster* déli tájolású térképművének (5. ábra) pontosságát, grafikus illesztgetés útján egybevetettük a jelenlegi (északra tájolt) állapottal (6. ábra). Kiinduló (fix) pontként Hei-



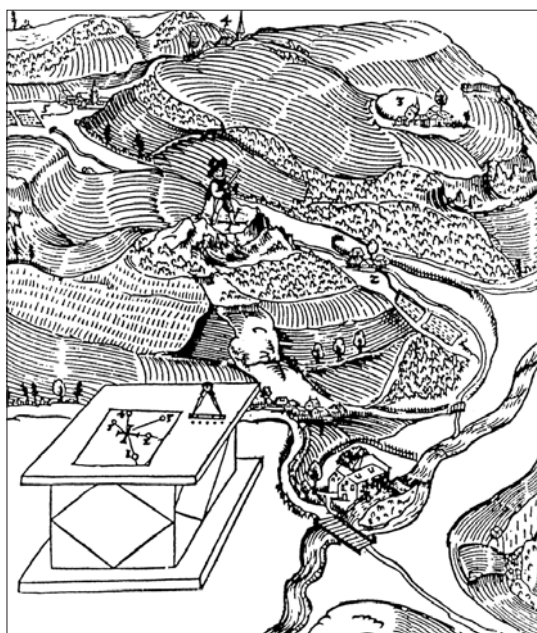
5. ábra Münster déli tájolású térképe (részlet)



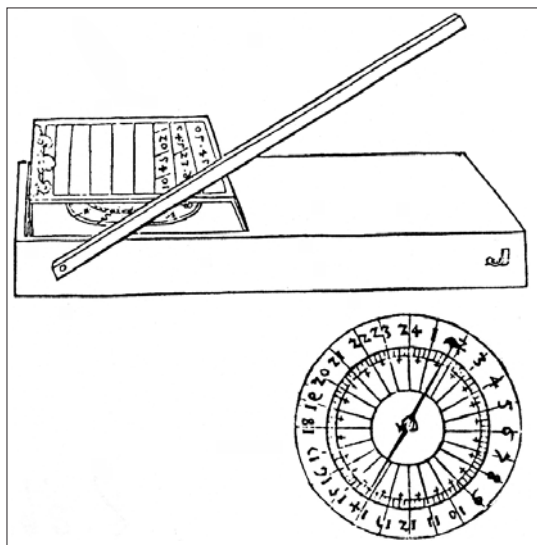
6. ábra Münster térképének összevetése a jelenlegi állapottal

delberget, azaz a műszerálláspont helyét tettük alapul. Az azonosítható települések vonalas eltérései a Heidelberg központú 17–18 km sugarú körön belül a legkisebbek, bizonyosságul, hogy ezekre a településekre valóban mértek irányokat, és a poláris hosszát is kellő pontossággal mérték, vagy becslétek.

Magaslati állásponton poláris irányokat mérő geometrát láthatunk *id. Paul Pfinzing* (1554–



7. ábra Poláris irányokat mérő geometra



8. ábra Fadobozba ágyazott busszola

1599)-nek [9]-ből vett fametszetén is (7. ábra). Busszolója fadobozba van ágyazva (8. ábra). Az irányzást a szabadkézben tartott doboz oldalához simuló, föl-alá hajtható, irányzó tűske nélküli fapálcával végzik. Íme a figyelmeztetés a doboz mozdulatlanul tartására: „Wann nun einer also das Absehen hat, so muss er den Compasten fein gleich halten...”. Természetesen az iránytűállás leolvásásakor a mérési jegyzet alátétéként szolgáló fedlapot fel kellett emelni.

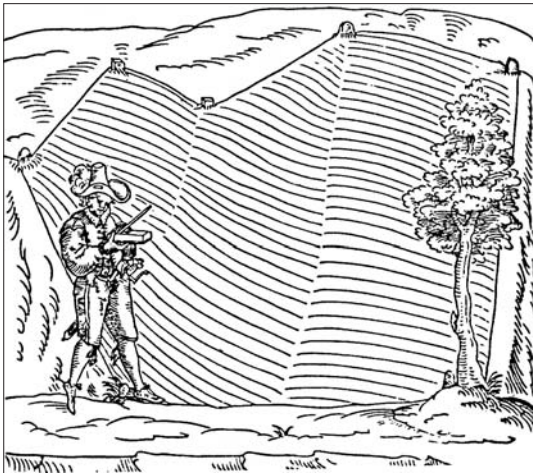
Busszolás kiegészítő mérés a sokszögelés bölcsője

Az Oppenheimtől távolabbra eső helységek nagyobb eltérésvektorai alátámasztják, hogy a távolabbi területeket kézben tartott kompasszal bejárva vetették papírra. A távolságokat leginkább a bejáráshoz szükséges időből állapították meg [8]. Kiegészítő mérésekre a részletesebb felvételezéshez persze akkor is szükség volt, ha a térképezendő területet az állásponttól részleteiben is belátták. A részletpontok mindegyikére mégsem mérhettek külön-külön polárisokat!

A kompasz igénybevételével végzett részletbejárások a maguk irány- és távolság adataival már kezdetleges sokszögelések voltak. Sokszögelési formálódás volt az is, amikor egy poláris kart töréssel továbbnyújtottak, netán újabb oldalakkal megtoldottak, maga után vonva ezzel a hibák halmozódását is. Amennyiben egy előzőleg már meghatározott pontból (tereptárgytól) indított részletjárást alkalmasint bekötöttek egy másik ismert pontba, pl. polárisvégpontba, már kezelni tudták a záróeltérést is.

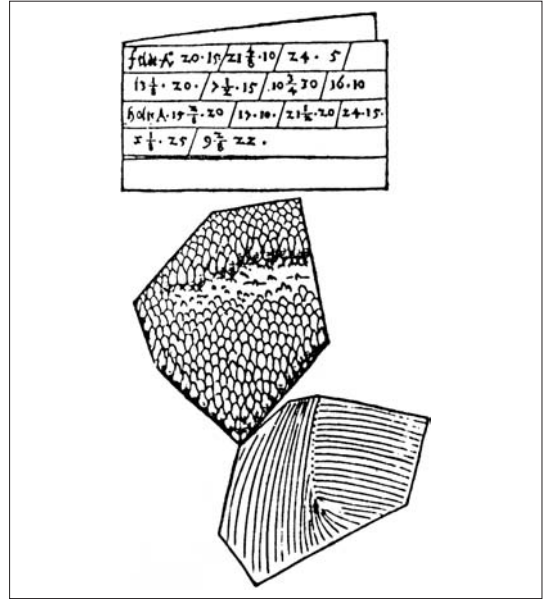
Zárt sokszögvonal (körpoligon)

Különálló területrészek, vár- és városfalak felvételezése adta az ötletet, hogy az alakzatot sokszögeléssel körülfogva, a vonalat a kiinduló pont-

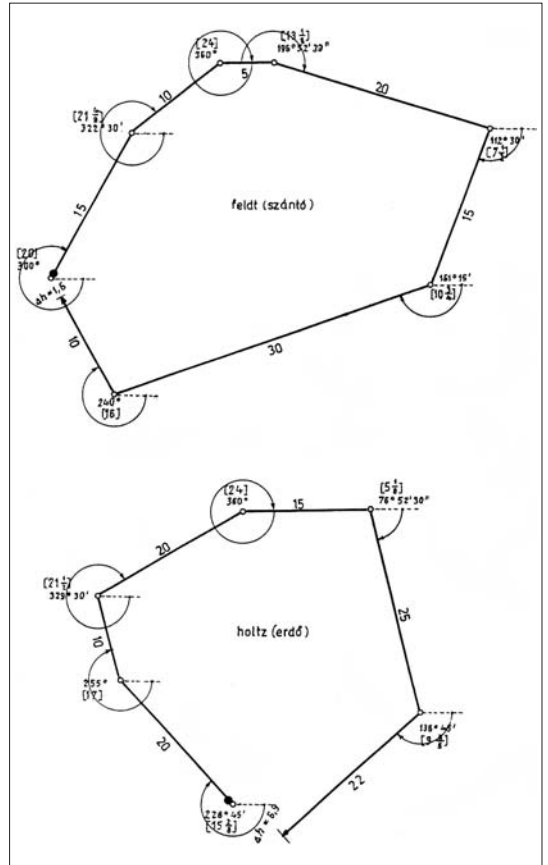


9. ábra Birtoktest felvétele zárt sokszögvonal segítségével

ba vezessék vissza. Zárt sokszögvonallal határolt birtoktest felvételét mutatjuk be a [9]-ből átvett képen (9. ábra), amint a geometra az előbb leírt busszolás műszerrel a kezében lelépi a távolságot.



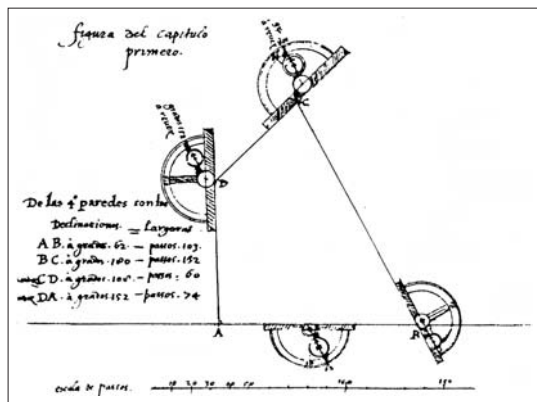
10. ábra Busszolás mérési jegyzőkönyv



11. ábra Körpoligonok záróhibái

A szövegi leírásból mellesleg azt is megtudjuk, hogy a terepen számár- vagy rókabőr jegyzetlapokra rézvevesszővel írták be az adatokat, és a szűkszerinti mellékszámításokat palatáblán palavesszővel végezték. Pfinzing, művében egy körpoligonba foglalt szántó föld (feldt) és egy erdőingatlan (holtz) busszolás mérési jegyzőkönyvét is bemutatja (10. ábra). Az álláspontokat vonás különíti el, a bejegyzések első tagja az irány, a második tagja a távolsági adat. Függetlenül attól, hogy valóságban mért esettel vagy csupán irodában grafikus módon összehozott mintapéldával állunk szemben, nem szalasztottuk el a lehetőséget, hogy pontossági szempontból elemezzük az előttünk álló jegyzőkönyvet. Numerikusan kiszámítva a két körpoligont, a szántónál 1,6, az erdőnél 6,9 hosszúság vonalas záróhibát kaptunk (11. ábra). A belső szögek összegére fennáll az $(n-2) 180^\circ$ geometriai feltétel.

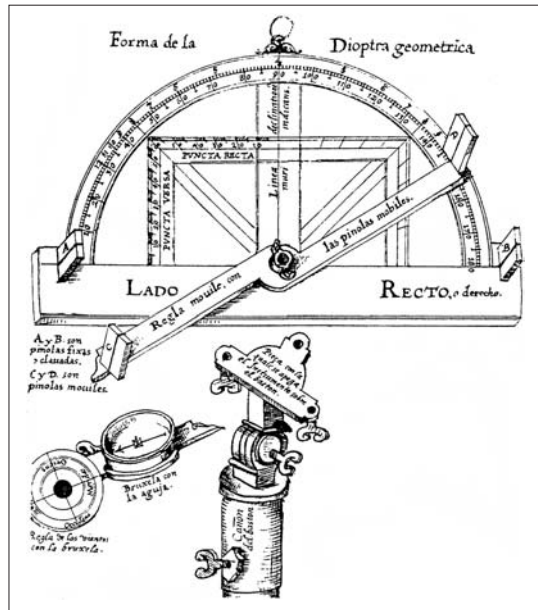
Négyoldalas zárt sokszögvonalat tudunk bemutatni (12. ábra) a németalföldi Michel Coignet (1549–1623) „Pratica de los tres instrumentos...” című, 1612-ből származó kéziratából [6] alapján.



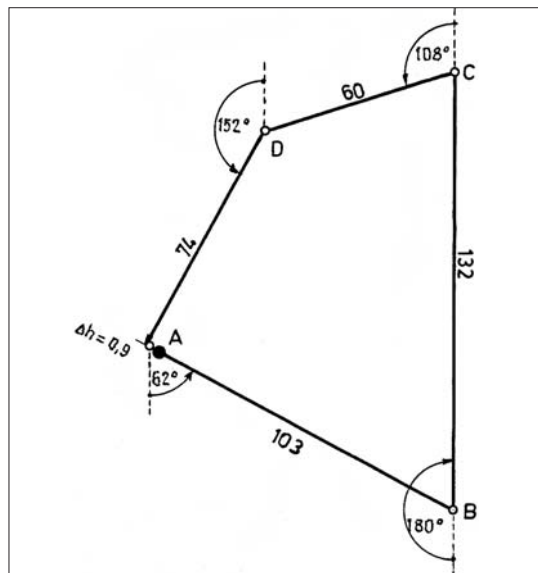
12. ábra Négyoldalas zárt sokszögvonal

Az ábraszéli feliratozás megadja az iránytű leolvási és hosszmerési adatokat, ez utóbbiakat lépésben. A terepi mérést itt már nem szabadkézben tartott busszolóval, hanem botos, lábra szerelt, félkörös, mérőkivadráttal kombinált műszerrel (13. ábra) végezték. A csuklós csatlakoztatás révén a műszert magassági szög mérésére is tudták használni. Ezt a körpoligont is kiszámítottuk numerikus módon, és csupán 0,9 lépés vonalas záróhibát kaptunk (14. ábra), ami talán a stabilan felfekvő műszerrel való mérésnek tudható be.

A zártkörű sokszögelés technikáját alkalmazta az osztrák Augustin Hirschvogel (1503–1553) is Bécs 1547. évi városmérésénél. A Historisches



13. ábra Botos, lábra szerelt, félkörös, mérőkivadráttal kombinált műszer



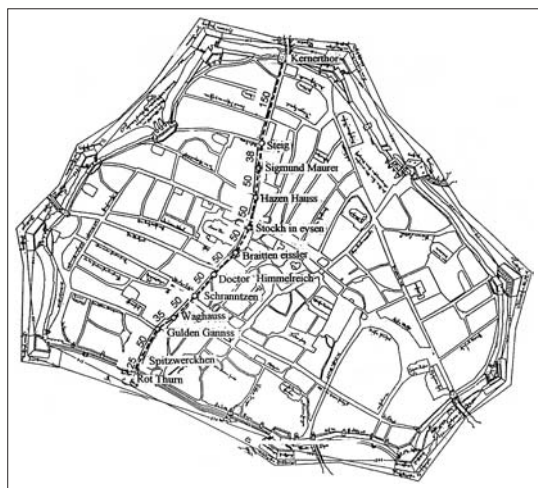
14. ábra Körpoligon vonalak záróhibája

Museum der Stadt Wien által őrzött, 1549-ből, illetve 1552-ből származó kézirat-együttes (műszaki leírás) alapján rekonstruálható, hogy a városfal külső határvonalát körpoligonba foglalták [11]. Általában a falazat két egymást követő töréspontja képezett egy-egy sokszögoldalt, de a tucatnyi bástyakiugrás miatt áthidalásokat is tettek. A mérest teljes körű busszolás tárcsával többszörösen – más-más variációban – végezték. A hosszmerés

eszközéről nem tudunk, de az adatokat királyi ölben (1 öl=1,7465 méter) adták meg. A felrakást olajban áztatott papírra szerkesztett transzportórral végezték.

Beillesztett és szabad sokszögvonalak

A Hirschvogel-féle bécsi városmérésben, a térképezés kontúrjának pontosságát növelendő, a körpoligon átellenes pontjait több, erre alkalmas helyen a városon átvezetett nyújtott sokszögvonal útján kimerevítették. Ilyen kimerevítő vonalat szemléltethetünk a [11]-ből átvett átnézeti térképen: „...ein Lini vom Kerner Thor durch die Stat biss zum Rotten Thurn ...” (15. ábra). Az ábrán szög-



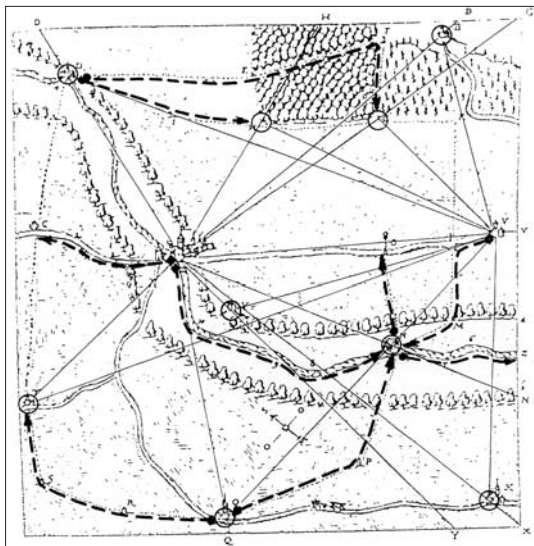
15. ábra Kimerevítő vonal alkalmazása

mérési adatok hiányában csak a távolságokat tudtuk feltüntetni. A zárópontokon a rajzi ellentmondásokat grafikus módon oszlatták el, egyben rögzítették a körpoligon-pontok végleges térképi helyét. Érdeemesnek tartjuk még megemlíteni, hogy a sokszögvonal pontjait nem számozták, hanem néven nevezték, biztosítva ezzel a helyzeti azonosítást.

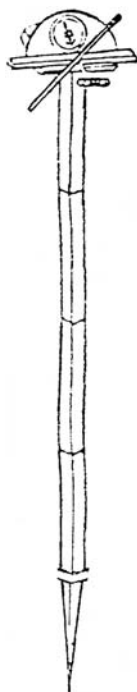
A sokszögeléshez kiinduló pontokat szolgáltató poláris eljárást a flamand *Gemma Frisius* (1508–1555) által 1533-ban publikált 16 oldalas brosrúrában [2] leírt, merőben új módszer lassan háttérbe szorította. Egyetlen megmért alapvonal két végpontjáról végzett előmetszésekkel immár kiterjedt környezetben lehetett meghatározni domináns terptárgyakat, az elvárásokat is felülmúló pontossággal.

Előmetszéses módon meghatározott objektumok közé beillesztett sokszögelést ismertet [3]-

ban a flandriai származású *Levinus Hulsius* (?–1606). A rajzos interpretáción (16. ábra) az 1600 mérőrúd (mintegy 4,9 km) hosszúságú alapvonal A, illetve V végpontjáról előmetszett objek-



16. ábra Előmetszettel meghatározott objektumok közé beillesztett sokszögvonalak

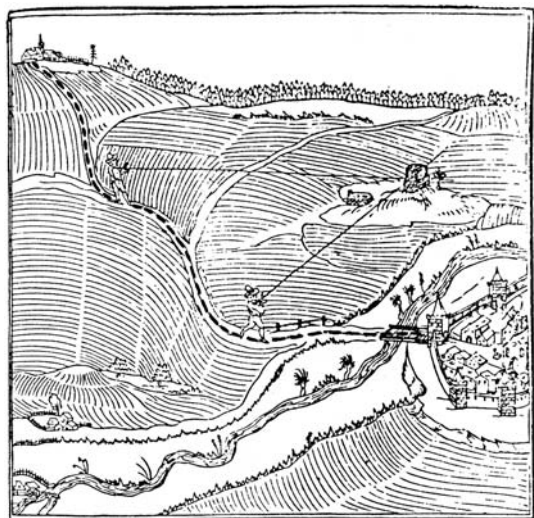


17. ábra Botállványos busszolás műszer

tumokat utólag mi foglaltuk nullkörbe, a jobb áttekinthetőség kedvéért. A sokszögvonalak vastag szaggatott vonalú ábrázolása is utólagos. A szövegben leírtak alapján jelöltük be azokat. Előmetszés szempontjából kedvezőtlen fekvésű három ponthoz vezetett szabad sokszögvonal is van köztük.

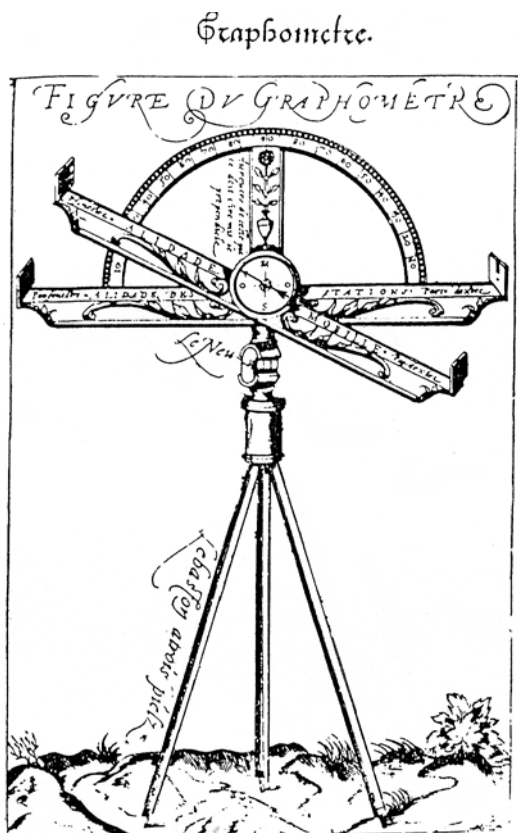
A sokszögeléshez botállványos busszolás műszert (17. ábra) használtak. Irányzó pályáján nem látunk irányzó tűsüket. A grafikus felrakáshoz használt inductórium a Pfinzing-féle megoldás kissé módosított változata.

Bástyatorony és egy távolabb fekvő épületegyüttes közé illeszkedő sokszögvonal mérését végző geometrát ábrázol a [9]-ből vett kép (18. ábra). A sokszögvonalat vezetés közben tartott busszólával vezetik az úton, miközben a töréspontok közti távolságot lelépik. A szövegi



18. ábra Sokszögvonala mérését végző geometra

rész utal az egyforma lépéshosszak fontosságára. Az ábrán a sokszögvonala szaggatott vonalát utólagosan húztuk be.

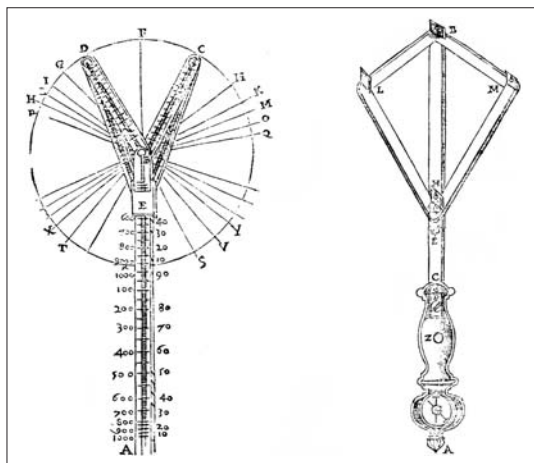


19. ábra Philippe Danfrie (1531-1606) grafométere

Műszer újdonságok

A botállványt lassacskán a napjainkban is használatos háromlábú megoldás váltotta fel. Első előfordulása a francia *Philippe Danfrie* (1531–1606) nevéhez kötődik. A csuklós megoldással csatlakoztatott, grafométer elnevezésű műszer is (19. ábra) az ő találmánya. Danfrie a „Declaration de l'usage du graphometre pour la pratique. Paris, 1597” című művében ismertette. Bázisvonalzója 30 cm hosszú, limbuskörének legkisebb osztása fél fok. A funkcióját vesztett mérőkvadráttal már nincs ellátva. Kedvelt műszerré vált, Franciaországban még a XVIII. század végén is használták. Egy példányát máig őrzi a National Maritime Museum (Greenwich).

A stabil felállítású műszerek mellett a XVI. század végén még mindig konstruáltak földmérők részére szabadkézben tartandó szögmérő eszközöket. Egy 1570. év körüli augsburgi találmányon alapul a tolós szögmérő. Rajzát és a Jákob-bot-hoz hasonló rendszerű osztásvonalásainak szerkesztési elvét [4] alapján tudjuk bemutatni (20. ábra).



20. ábra Tolós szögmérő és osztásvonalásainak szerkesztési elve

A tolókar végén ott látjuk a korabeli szögmérő műszerek elmaradhatatlan tartozékát, a busszolat. A tolós szögmérőnek olyan változata is ismert, mellyel a ki-beszögelléseket nekitámasztással mérték. A tolós szögmérőből a Kunsthistorisches Museum (Wien); a Heimatsmuseum (Bamberg) és a Conservatoire National des Arts et Métiers (Paris) őriznek egy-egy példányt.

Az eddig említett, és az egyéb szögmérő földmérési műszereket apránként a teodolit szorította ki a gyakorlatból. Legkorábbi rajzos ábrázolása,

Waldseemüller⁷ polimetruma néven, *Gregor Reisch*: „Margarita philosophica” című enciklopédiájának 1508. évi freiburgi kiadásában található⁸, bár a szövegi rész nem is ismerteti.

A földmérők eszköztárában még nem jelent meg a távcső. Az angol *Leonard Digges* (1510–1558?) ez időben még csak kísérletezett „üvegekkel”. Általuk több mérföldnyi távolságra is ellátott. A távcső akkor vált geodéziai eszközzé, amikor Angliában, 1640-ben *Gascoigne* szálkeresztet szerelt bele. Elsőnek a francia *Jean Picard* (1620–1682) alkalmazta kvadránsán 1670-ben.

Mért-e szöveget Lázár-deák?

Megítélésünk szerint a Lázárról elnevezett térkép kartográfiai alkotás. Helyszíni mérés nélkül (*Glaser L.*: Búvár, 1937/1; *iff. Bartha L.*: Föld és ég, 1978/6) jött létre. A térképi megjelenítéshez szükséges adatokat feljegyzések, határleírások, de leginkább itineráriumok alapján *Lázár* secretarius gyűjtötte össze („congesta”). Az adathalmazt *Tanstetter*⁹ szerkesztette térképpé („revisa”), de saját anyagából is merített („auctiorque”). Ezek után azt feltételezni, hogy *Lázár* netán földrajzi helymeghatározást, előmetszéseket (*Bendefy L.* – *V. Nagy I.*: A Balaton évszázados... Bp. 1969), terepi irányméréseket (*Lotz Gy.*: Geod. és Kart. 1988/5) vagy sokszögelést (*Poronyi Z.*: Pécsi Műszaki Szemle 1976/3–4) végzett, naivitás. Iránymérési adatokat az itineráriumok sem tartalmaztak.

Sablonként *Tanstetter* válogathatott a fénykorukat élő Ptolemaios-kiadásokban. Mindegyiken a Duna magyarországi folyásiránya Ény–DK. Abban meg külön is egyetértünk *Stegena Lajossal* (Geod. és Kart. 1988/5), hogy a szerkesztési térkép bármiféle elforgatásáról beszélni (*Fodor F.*: Geod. és Kart. 1954/1; *Hrenkó P.*: Geod. és Kart.

1974/5; *Plihál K.*: Geod. és Kart. 1990/5) értelmetlen.

IRODALOM

1. *Fleck Alajos*: A háromszögelés kezdetei. Budapest, 1996 (kézirat, Geod. és Térk. Rt.)
2. *Gemma Frisius*: Libellus de locorum describendorum ratione... Antverpiae, 1533 (OSZK:Ant 4717)
3. *Hulsius, Levinus*: Erster Tractat der mechanischen Instrumenten... Franckfurt am Mayn, 1632 (OSZK: 172 359)
4. *Kröger, Kurt*: Das Vermessungswesen im Spiegel der Hausväterliteratur. Frankfurt am Main – Bern – New York, 1986
5. *Latino, Orsini*: Trattato del radio Latino. Roma, 1586 (OSZK: Ant 7710)
6. *Lemoine – Isabeau, Claire* (szerk.): Cartographie belge dans les collections espagnoles XVIIe–XVIIIe siècle. Bruxelles, 1985. Europalia 85 Espana. Kiállítási katalógus
7. *Luciani, Evaristo*: Storia degli agrimensori e geometri dalle origini al 1900, Roma, 1966
8. *Münster, Sebastian*: Cosmographia. Beschreibung aller Lender ... Basel, 1546 (OSZK: Ant 1962)
9. [*Pfinzing, Paul*]: Methodus geometrica. Nürnberg, 1598 (OSZK: Ant 1962/1)
10. *Stephan, C.–Liebhalt, J.*: XV Bücher von dem Feldbau. Strassburg, 1598 (OSZK: Ant 569)
11. *Wellisch, Siegmund*: Die Erfindung der Triangulierung = Zeitschrift für Vermessungswesen, 1899/12

7) A német *Martin Waldseemüller* /*Hylacomylus*/ (1470?–1518?) Freiburgban tanult. 1507 óta a Rajna menti St. Diében térképeket és glóbuszokat készített. Az 1516-ban megjelent Carta Marina-ján az újonnan felfedezett földrésznek Amerika nevet adott. Tanítványa: *Gregor Reisch* mestere megbízásából foglalta össze az építészet és a perspektíva alapelveit.

8) *Gregor Reisch*: „Margarita philosophica” című művének egy Bázelen 1583-ban kiadott példányát az Érseki Simor Könyvtár, Esztergom őrzi 2–33–2/7118 jelzeten.

9) *Georg Tanstetter* /*Collimitius*/ (1480–1530?), a bécsi egyetem magisztere többször megfordult Budán. Térképészeti alapanyagokon kívül korvinákat is mindig vitt magával, melyek így Bécsben legalább megmaradtak. Feltehetően már 1522-ben jelentetett meg Magyarországról valamiféle térképet.