

EÖTVÖS LORÁND TUDOMÁNYEGYETEM
TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR

Hengervetületek alkalmazása a magyar topográfiában

SZAKDOLGOZAT
FÖLDTUDOMÁNYI ALAPSZAK

Készítette:

Szántó Henriett

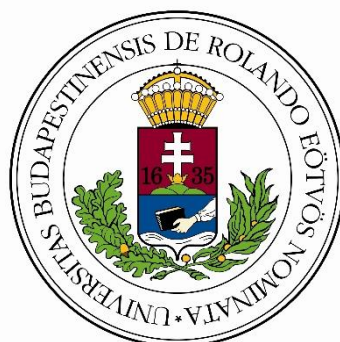
térképész és geoinformatikus szakirányú hallgató

Témavezető:

Györffy János

nyugalmazott egyetemi docens

ELTE Térképtudományi és Geoinformatikai Tanszék



Budapest, 2017

Tartalomjegyzék:

1. Bevezetés	4
2. Az Egységes Országos Vetületi Rendszer	7
2.1. EOVS jellemzése.....	7
2.1.1. Ellipszoidi földrajzi koordinátákból (Φ, Λ) gömbi földrajzi koordináták (φ, λ) számítása	8
2.1.2. Gömbi földrajzi koordinátákból (φ, λ) ellipszoidi koordináták (Φ, Λ) számítása	8
2.1.3. Gömbi földrajzi koordinátákból (φ, λ) síkkoordináták (X, Y) számítása.	8
2.1.4. Síkkoordinátákból (X, Y) gömbi földrajzi koordináták (φ, λ) számítása	9
2.2. Gömbvetület.....	9
2.2.1. Gömbvetület bemutatása	9
2.2.2. A gömbi vetület lineármódulusa és hossztorzulási tényezője	9
2.2.3. A gömbi vetület azimutredukciója	10
2.3. A redukált hengervetület	10
2.3.1. Gömbi koordinátákból gömbi segédkoordináták számítása	10
2.3.2. Gömbi segédkoordinátákból síkkoordináták számítása	11
2.3.3. Síkkoordinátákból gömbi segédkoordináták számítása.....	11
2.3.4. Gömbi segédkoordinátákból gömbi koordináták számítása:.....	11
2.3.5. Redukált hengervetület lineármódulusa	11
2.3.6. A redukált hengervetület területi modulusa.....	12
2.3.7. A redukált hengervetület hossztorzulási tényezője	12
2.3.8. A redukált hengervetület területtorzulási tényezője	12
2.3.9. Vetületi meridiánkonvergencia.....	13
2.3.10. A második irányredukció.....	14
3. Hotine-féle ferdetengelyű Mercator-vetület	14
3.1. A Hotine-féle vetület.....	14
3.2. A vetület paraméterezése	15
3.3. A vetület egyenletei.....	16

4. Az Egységes Országos Vetület és a Hotine-féle ferdetengelyű Mercator-vetület összehasonlítása	18
5. Hossztorzulási modulus	20
5.1. Vetületi méretarány-tényező megváltoztatása	23
5.2. Vetületi kezdőpont koordinátájának megváltoztatása.....	24
5.3. Kezdőmeridián azimutjának megváltoztatása.....	25
6. Összefoglalás	28
7. Melléklet	29
8. Felhasznált irodalom	30
Köszönetnyilvánítás	31
Nyilatkozat	32

1. Bevezetés

A térképen fellépő vetületi torzulások (így a hosszak, szögek és területek torzulásai) az alapfelületi méreteket a térképen eltorzíthatják, így a térképen történő mérésekkel bizonyos alapfelületi méretek csak pontatlanul állapíthatók meg, ami különösen a topográfiai térképek használatát nehezíti meg. A térkép vetületének helyes megválasztása ezért a topográfiai térképeknél különösen fontos.

A Magyarországon használt topográfiai vetületi rendszerek mindig korszerűek voltak, ami az alkalmazott rendszereket illeti. Többféle alapfelületet, vetületet és vetületi rendszert használtak az elmúlt években addig, amíg létre nem hozták azt a vetületi rendszert, amelynek torzulásai az ország területén előnyösek.

A kezdeti időszakban, a katonai felmérések során nem alkalmaztak korszerű vetülettani háttereket. A második felmérés során használtak először ellipszoidi alapfelületet, amit azóta is alkalmaznak a Magyarországon használt vetületi rendszerek.

A XIX. század utolsó harmadában kettős vetítést kezdtek alkalmazni, aminek alapja az volt, hogy az ellipszoidi alapfelületről nem egyből a síkra, vagy egyéb síkba fejthető felületre vetítünk, hanem közbe iktatunk egy gömböt. Azért tartották ezt jó ötletnek, mert a gömbi felületről történő síkba vetítés egyenletei sokkal egyszerűbbek, mint ellipszoidiról. Topográfiai alkalmazás során az ellipszoidról a gömbre szögtartó módon térünk át. Ha ezek után a gömbről a síkra is hasonló módon térünk át, akkor természetesen az egész vetület szögtartó marad.

A kettős vetítést először sztereografikus síkvetülettel alkalmazták. A sztereografikus vetület nagy előnye, hogy kielégíti a szögtartóság feltételét, de a vetületi egyenletei egyszerűek. Fontos ennél a vetületnél, hogy a vetületi kezdőpont környezetében rendkívül kedvezőek a torzulási viszonyok, azonban távolodva attól egyre rosszabbak lesznek. Több kezdőpontot vezettek be a torzulási viszonyok javítása érdekében. Két sztereografikus rendszer volt a történelmi Magyarország területén, a budapesti és a marosvásárhelyi.

A budapesti sztereografikus koordinátarendszer alapfelülete a Bessel-ellipszoidon alapuló HD1863 dátum. A Gellért-hegyi felsőrendű háromszögelési ponton megy keresztül a kezdőmeridián. A másik két rendszernek az alapfelülete ugyanaz a dátum ,

de természetesen a kezdőmeridián más és más háromszögelési ponton átmenő meridián volt.

A történelmi Magyarország területére nagyon jól működött a rendszer. Azonban az volt a hátránya, hogy negatív előjelű koordináták is létrejöttek. Ennek kiküszöbölése érdekében 1936-tól bevezették a katonai sztereografikus koordinátarendszert. Lényege az volt, hogy a budapesti koordinátarendszer origóját eltolták 500 000 m-rel délre és 500 000 m-rel nyugatra, valamint megfordították a koordinátatengelyek irányát, ami észak-keleti tájékozást eredményezett. A marosvásárhelyi rendszernél hasonló változtatásokat hajtottak végre, ott azonban 600 000 m-rel tolták el mindkét irányba az origót és szintén megváltoztatták a tájékozást.

A topográfiai térképekkel szemben az idő múlásával egyre több vetületi torzulási követelmény alakult ki. Ma már szinte elképzelhetetlen, hogy ne szögtartó vetületet alkalmazzanak és ne hengervetületben legyen a térkép.

A fenti „követelmények” hatására Fasching Antal 1908-ban kiadott munkájának köszönhetően áttértek a szögtartó hengervetületek alkalmazására a sztereografikus vetület helyett. A hengervetületet „érintő”-nek nevezték, ami annyit jelent, hogy a képfelületet alkotó képzeletbeli henger a gömbnek választott alapfelületet egy gömbi főkör (segédegnyelítő) mentén érinti, amelyen a hosszak a vetítés során nem változnak, és ettől a vonaltól távolodva a hosszak és így a hossztorzulások értéke nőni fog. Az azonos torzulású pontok a segédegnyelítővel párhuzamos egyeneseket alkotnak, tehát az elvárt torzulást nem meghaladó értékek egy sávban fognak elhelyezkedni.

Már a XIX. századtól kívánatosnak tartották azt, hogy a topográfiai térképeken fellépő hossztorzulások értéke ne térjen el 1-től 0,0001-nél nagyobb mértékben. A fenti hengervetület esetén az érintő főkörtől 90 km-re fog fellépni az 1,0001-es hossztorzulás. Azonban egy ilyen sávval nem lehetett lefedni a történelmi Magyarország teljes területét, emiatt három rendszert vezettek be: az északit (HÉR), a középsőt (HKR) és a délit (HDR).

A topográfiai térképek történetében fontos szerepe van a Gauss-Krüger vetületi rendszernek. Inkább katonai és nem topográfiai használatra fejlesztették ki, illetve a fő gond az volt vele, hogy egy nemzetközi rendszer, így nincs optimalizálva az ország területére, emiatt a torzulási értékek elég nagyok. A Gauss-Krüger vetület

továbbfejlesztése az UTM vetület, amely szintén katonai célokat szolgál és nemzetközi, így a probléma hasonló, mint a Gauss-Krüger vetületnél.

Mivel a Gauss-Krüger vetületet Magyarországon a 1940-es évek végétől a katonai térképészetben használták, felmerült az igény egy polgári topográfiai vetületi rendszer létrehozására. Közrejátszott még az is, hogy a trianoni határváltozások következtében az ország területe a harmadára csökkent, így feleslegesség vált a három szögtartó hengervetületi rendszer alkalmazása. 1975-re elkészült az Egységes Országos Vetületi Rendszer vetületi szabályzata. (A vetületi rendszer részletes leírása a 2. fejezetben megtalálható.)

Az EOV szintén szögtartó vetület, és úgy lett kidolgozva, hogy az ország teljes területére vonatkozóan a torzulási értékek kedvezőek legyenek, vagyis, hogy a két torzulásmentes vonal az ország területén haladjon át, éppen megfelelő arányban a segédegyenlítő és az ország két „széle” között.

Jelen szakdolgozatomban azt vizsgálom meg, hogy ezeket a torzulási értékeket lehet-e tovább csökkenteni az Egységes Országos Vetületnél egyes paraméterek megváltoztatásával. Ha igen, ezek a változtatások milyen változásokat okoznak az eredeti vetületben, illetve milyen mértékben tudom lecsökkenteni a torzulások 1-től való maximális eltérését az ország egész területére vonatkoztatva. Ha nem, akkor mi az oka annak, hogy nem tudtam csökkenteni az értékeket.

2. Az Egységes Országos Vetületi Rendszer

2.1. EOVS jellemzése

Az Egységes Országos Vetületi Rendszert az 1970-es években dolgozták ki polgári topográfiai célokra, az Egységes Országos Térképrendszer (EOTR) vetülete. Ferde tengelyű, szögtartó hengervetület. Alapfelülete a Nemzetközi Geodéziai Unió (IUGG) által 1967-ben elfogadott IUGG67-es ellipszoidon alapuló HD72 dátum lett. Az ellipszoidi földrajzi koordinátákból az EOVS síkkoordinátákat kettős leképezéssel tudjuk kiszámítani. Először az ellipszoidi alapfelületről az ún. Gauss-simulógömbre ($R = 6379743 \text{ m}$) vetítünk a Gauss-féle kis hossztorzulású szögtartó gömbvetület segítségével. Majd második lépésben a gömbi földrajzi koordinátákból a síkkoordinátákat a szögtartó hengervetület segítségével kapjuk meg.

A redukciós tényező értéke, $k=0,99993$. Az egész ország területét egy darab hengervetület fedi le.

Ezzel a kettős vetítéssel létrejött vetületre egy koordinátarendszert illesztettek. A függőleges tengely lesz az „x” tengely, ami alaphelyzetben a Gellért-hegyi kezdőmeridián képével esik egybe. A vízszintes tengely pedig az „y” tengely, ami a Gellért-hegyi meridiánra a $\varphi_k=47^\circ 6' 0,0''$ gömbi szélességű pontban merőleges főkör térképi megfelelője, ahol $\lambda_k=0^\circ$. Ezek a merőleges egyenesek képezik a síkkoordinátarendszer alapját, ami ÉK-i tájékozású. Ahhoz, hogy ne legyenek negatív előjelű koordináták, illetve annak kiküszöbölése érdekében, hogy a koordináták összetéveszthetők legyenek, a koordinátarendszer origóját eltolták nyugatra 650 000 m-rel és délre 200 000 m-rel. Ennek következtében az „X” koordináták mindig 400 000 m-nél kisebbek, az „Y” koordináták pedig 400 000 m-nél mindig nagyobbak.

A kataszteri és a polgári topográfiai térképek ebben a vetületben készülnek.

2.1.1. Ellipszoidi földrajzi koordinátákból (Φ, Λ) gömbi földrajzi koordináták (φ, λ) számítása:

$$\varphi = 2 \cdot \operatorname{arctg} \left[\chi \cdot \operatorname{tg}^n \left(45^\circ + \frac{\Phi}{2} \right) \cdot \left(\frac{1-e \cdot \sin \Phi}{1+e \cdot \sin \Phi} \right)^{\frac{n \cdot e}{2}} \right] - 90^\circ$$

$$\lambda = n \cdot \Lambda.$$

$$, \text{ ahol } \chi = 1,003110007693,$$

$$n = 1,000719704936,$$

$$e = 0,0818205679407.$$

2.1.2. Gömbi földrajzi koordinátákból (φ, λ) ellipszoidi koordináták (Φ, Λ) számítása:

$$\Phi'' = 2 \cdot \operatorname{arctg} \left(\sqrt[n]{\frac{\operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)}{\chi \cdot \left(\frac{1-e \cdot \sin \Phi'}{1+e \cdot \sin \Phi'} \right)^{\frac{n \cdot e}{2}}}} \right) - 90^\circ$$

Az ellipszoidi koordináták a gömbi koordinátákból ezzel az iterációs eljárással számíthatók ki. A jobb oldali képletbe beírva a Φ' -t, megkapjuk a javított Φ'' -t, amit visszahelyettesítünk Φ' -be. Ez az eljárás 3-4 iterációval kielégítő pontosságú lesz. Az első iterációnál $\Phi' = \varphi$.

$$\Lambda = \frac{\lambda}{n}$$

2.1.3. Gömbi földrajzi koordinátákból (φ, λ) síkkoordináták (X, Y) számítása (m-ben):

$$X = \frac{0,99993 \cdot R}{2} \cdot \ln \left(\frac{1 + \sin \varphi \cdot \cos \varphi_k - \cos \varphi \cdot \sin \varphi_k \cdot \cos(\lambda - \lambda_k)}{1 - \sin \varphi \cdot \cos \varphi_k + \cos \varphi \cdot \sin \varphi_k \cdot \cos(\lambda - \lambda_k)} \right) + 200\,000$$

$$Y = 0,99993 \cdot R \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin(\lambda - \lambda_k)}{\operatorname{tg} \varphi \cdot \sin \varphi_k + \cos \varphi_k \cdot \cos(\lambda - \lambda_k)} \right) + 650\,000$$

2.1.4. Sítkoordinátákból (X,Y) gömbi földrajzi koordináták (φ , λ) számítása:

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{(t-1)\cdot\cos\varphi_k}{1+t} + \frac{2\cdot\sin\varphi_k}{1+t} \cdot \sqrt{\frac{t}{1+z^2}}\right)$$

$$\lambda = \arcsin\left(\frac{2\cdot z\cdot\sqrt{\frac{t}{1+z^2}}}{\sqrt{(1+t)\cdot 2 - [(t-1)\cdot\cos\varphi_k + 2\cdot\sin\varphi_k\cdot\sqrt{\frac{t}{1+z^2}}]^2}}\right)$$

$$\text{, ahol } t = e^{\frac{2\cdot(X-200\,000)}{0,99993\cdot R}}$$

$$z = \operatorname{tg}\left(\frac{Y-650\,000}{0,99993\cdot R}\right).$$

2.2. Gömbvetület

2.2.1. Gömbvetület bemutatása

A Gauss-gömb egy szögtartó leképezés eredménye, tehát az iránymodulusa a vetület minden pontjában az egységgel egyenlő. Az ellipszoidi parallelkörök megfelelői a gömbön szintén parallelkörök. A lineármodulus az egységtől legfeljebb csak harmadrendű mennyiséggel különbözik. A normálparallelkörön semmilyen torzulás nincs.

2.2.2. A gömbi vetület lineármodulusa és hossztorzulási tényezője:

$$l = 1 - 0,254877\cdot 10^{-18}\cdot \Delta\varphi^3 = 1 - 0,254877\cdot 10^{-18}\cdot \Delta\Phi^3$$

, ahol $\Delta\varphi$ -t vagy $\Delta\Phi$ -t másodpercben kell megadni.

A maximális hossztorzulás az ország egész területén $\frac{1}{30\,000\,000}$ alatt marad. Emiatt a legnagyobb pontosságot megkívánva is a vonal középpontjához tartozó lineármódulus hossztorzulási tényezőnek tekinthető.

2.2.3. A gömbi vetület azimutredukciója:

Megmutatja, hogy egy választott geodéziai vonal azimutja milyen mértékben változik meg a vetítés folyamán.

$$\Delta'' = -10^{-12} \cdot s \cdot (1,6964 \cdot \sin \alpha_1 \cdot \Delta \Phi_1^2 + 0,8482 \cdot \sin \alpha_2 \cdot \Delta \Phi_2^2)$$

A gömbi azimutot úgy kapjuk meg, hogy az azimutredukciót hozzáadjuk az ellipszoidi azimuthhoz. Értéke nagyon kicsi lesz, még a legpontosabb mérés hibájánál is kisebb lesz. Tehát nem kell javítást alkalmazni. Elméleti vizsgálatoknál, számított értékek esetében indokolt felhasználása.

Egy Magyarország területén elhelyezkedő vonalra lehetséges maximális azimutredukció értéke: 0,02''.

2.3. A redukált hengervetület

Gömbi segédkoordináták segítségével történik a vetületi egyenletek zárt alakjának felírása. A síkkoordináták és gömbi segédkoordináták kapcsolatát kifejező összefüggés felírható végtelen sor alakban, azonban a mai számítógépes világban már nem célszerű végtelen sorokkal számolni, mert a számítógép tud kezelni zárt alakos egyenleteket is, amelyekkel sokkal könnyebb dolgozni.

2.3.1. Gömbi koordinátákból gömbi segédkoordináták számítása:

$$\sin \varphi' = \cos \varphi_k \cdot \sin \varphi - \sin \varphi_k \cdot \cos \varphi \cdot \cos \Delta \lambda$$

$$\sin \lambda' = \frac{\cos \varphi \cdot \sin \lambda}{\cos \varphi'}$$

2.3.2. Gömbi segédkoordinátából síkkoordináták számítása:

$$x = \left(\frac{R \cdot k}{\varrho''}\right) \cdot \varphi' + \left(\frac{R \cdot k}{6 \cdot \varrho''^3}\right) \cdot \varphi'^3 + \left(\frac{R \cdot k}{24 \cdot \varrho''^5}\right) \cdot \varphi'^5$$

$$\text{vagy} \quad x = R \cdot k \cdot \ln \operatorname{tg}\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right),$$

$$y = \left(\frac{R \cdot k}{\varrho''}\right) \cdot \lambda'$$

, ahol x-et és y-t méterben kapjuk meg, φ' -t és λ' -t másodpercben adjuk meg, és $\varrho'' = \frac{\pi}{180} \cdot 3600$.

2.3.3. Síkkoordinátákból gömbi segédkoordináták számítása:

$$\varphi' = 2 \cdot \left[\operatorname{arctg} \left(e^{\frac{x}{R \cdot k}} \right) - 45^\circ \right]$$

$$\text{vagy} \quad \varphi' = \left(\frac{\varrho''}{R \cdot k}\right) \cdot x - \left(\frac{\varrho''}{6 \cdot R^3 \cdot k^3}\right) \cdot x^3 + \left(\frac{\varrho''}{24 \cdot R^5 \cdot k^5}\right) \cdot x^5$$

$$\lambda' = \left(\frac{\varrho''}{R \cdot k}\right) \cdot y$$

, ahol φ' -t és λ' -t másodpercben kapjuk meg, x-et és y-t pedig 100 km mélységben adjuk meg.

2.3.4. Gömbi segédkoordinátákból gömbi koordináták számítása:

$$\sin \varphi = \cos \varphi_k \cdot \sin \varphi' + \sin \varphi_k \cdot \cos \varphi' \cdot \cos \lambda'$$

$$\sin \lambda = \frac{\sin \lambda' \cdot \cos \varphi'}{\cos \lambda}$$

2.3.5. Redukált hengervetület lineármódulusa:

- Gömbi segédkoordinátákból:

$$l = \frac{k}{\cos \varphi'}$$

- Síkkoordinátákból:

$$l = k + \left(\frac{1}{2 \cdot R^2 \cdot k}\right) \cdot x^2 + \left(\frac{1}{24 \cdot R^4 \cdot k^3}\right) \cdot x^4$$

, ahol x értékét 100 km-es egységben kell behelyettesíteni.

2.3.6. A redukált hengervetület területi modulusa:

- Gömbi síkkoordinátákból:

$$\tau = l^2 = \frac{k^2}{\cos^2 \varphi'}$$

- Síkkoordinátákból:

$$\tau = k^2 + \frac{1}{R^2} \cdot x^2 + \frac{1}{3 \cdot R^4 \cdot k^2} \cdot x^4$$

2.3.7. A redukált hengervetület hossztorzulási tényezője:

- Lineármodulusból: $m = \frac{l_1 + 4 \cdot l_k + l_2}{6}$

Ahhoz, hogy a hosszredukciót mm pontosan meghatározhassuk 5 km távolságig hossztorzulási tényezőként a vonal középpontjához tartozó lineármodulust, 15 km távolságig a vonal két végpontjához számított lineármodulus számtani középértékét, 100 km-es távolságig pedig ezzel a képlettel számított hossztorzulási tényezőt kell alkalmazni.

- Síkkoordinátákból: $m = k + \left(\frac{1}{2 \cdot R^2 \cdot k} \right) \cdot x_k^2 + \left(\frac{1}{24 \cdot R^4 \cdot k} \right) \cdot \Delta x^2 + \left(\frac{1}{24 \cdot R^4 \cdot k^3} \right) \cdot x_k^4$
, ahol x_k -t és Δx -et 100 km-es egységben kell megadni.

2.3.8. A redukált hengervetület területtorzulási tényezője:

- Lineármodulusból: $f = \left(\frac{l_I + 4 \cdot l_S + l_{II}}{6} \right)^2$
, ahol l_I : az y tengelyhez a legközelebb eső pontban a lineármodulus,
 l_{II} : az y tengelyhez a legtávolabb eső pontban a lineármodulus,
 l_S : a terület súlypontjához tartozó lineármodulus.

- Síkkordinátákból: $f = k^2 + \left(\frac{1}{3 \cdot R^2}\right) \cdot (x_I^2 + x_I \cdot x_{II} + x_{II}^2)$

, ahol x-et 100 km-es egységben kell megadni,

x_I : az y tengelyhez legközelebb eső pont x koordinátája,

x_{II} : az y tengelyhez legtávolabb eső pont x koordinátája.

Ha $x_{II} - x_I$ koordináták különbsége nagyon kicsiny, akkor a következőnk vehető a különbség: $x_{II} - x_I = x_S$. Ekkor a képlet a következőképpen alakul: $f = k^2 + \left(\frac{1}{R^2}\right) \cdot x_S^2$.

2.3.9. Vetületi meridiánkonvergencia:

$$\begin{aligned} \mu = & \left(tg \varphi_k \cdot \frac{\varrho''}{R \cdot k} \right) \cdot y + \left(tg^2 \varphi_k \cdot \frac{\varrho''}{R^2 \cdot k^2} \right) \cdot xy - \left[tg \varphi_k \cdot (1 + 2 \cdot tg^2 \varphi_k) \cdot \left(\frac{\varrho''}{6 \cdot R^3 \cdot k^3} \right) \right] \cdot y^3 + \\ & + 3 \cdot \left[tg \varphi_k \cdot (1 + 2 \cdot tg^2 \varphi_k) \cdot \left(\frac{\varrho''}{6 \cdot R^3 \cdot k^3} \right) \right] \cdot x^2 y - \left[tg^2 \varphi_k \cdot (2 + 3 \cdot tg^2 \varphi_k) \cdot \left(\frac{\varrho''}{3 \cdot R^4 \cdot k^4} \right) \right] \cdot xy^3 + \\ & + \left[tg^2 \varphi_k \cdot (2 + 3 \cdot tg^2 \varphi_k) \cdot \left(\frac{\varrho''}{3 \cdot R^4 \cdot k^4} \right) \right] \cdot x^3 y - \\ & - \left[tg \varphi_k \cdot (1 + 20 \cdot tg^2 \varphi_k + 24 \cdot tg^4 \varphi_k) \cdot \left(\frac{\varrho''}{12 \cdot R^5 \cdot k^5} \right) \right] \cdot x^2 y^3 + \\ & + \frac{\left[tg \varphi_k \cdot (1 + 20 \cdot tg^2 \varphi_k + 24 \cdot tg^4 \varphi_k) \cdot \left(\frac{\varrho''}{12 \cdot R^5 \cdot k^5} \right) \right]}{2} \cdot x^4 y + \frac{\left[tg \varphi_k \cdot (1 + 20 \cdot tg^2 \varphi_k + 24 \cdot tg^4 \varphi_k) \cdot \left(\frac{\varrho''}{12 \cdot R^5 \cdot k^5} \right) \right]}{10} \cdot y^5, \end{aligned}$$

ahol x, y és R 100 km-es egységben, μ másodpercben adódik.

Abszolút értéke az x tengelyre szimmetrikus és előjele az y előjelével azonos. Ha az 1'' pontosság kielégítő, akkor elég csak az első négy tagot figyelembe venni, és a koordinátákat m pontossággal meghatározni. A teljes sor felhasználásával, valamint a koordináták mm pontosságú behelyettesítésével az eredmény 0,001 pontosságú lesz.

2.3.10. A második irányredukció:

Szabatos képlet, ami 100 km távolságig biztosítja a 0,001'' pontosságot:

$$\begin{aligned}\Delta_{12} &= \left(\frac{\varrho''}{2 \cdot R^2 \cdot k^2}\right) \cdot x_k \cdot \Delta y - \left(\frac{\varrho''}{12 \cdot R^2 \cdot k^2}\right) \Delta x \cdot \Delta y - \left(\frac{\varrho''}{6 \cdot R^4 \cdot k^4}\right) \cdot x_k^3 \cdot \Delta y \\ \Delta_{21} &= -\left(\frac{\varrho''}{2 \cdot R^2 \cdot k^2}\right) \cdot x_k \cdot \Delta y - \left(\frac{\varrho''}{12 \cdot R^2 \cdot k^2}\right) \Delta x \cdot \Delta y + \left(\frac{\varrho''}{6 \cdot R^4 \cdot k^4}\right) \cdot x_k^3 \cdot \Delta y\end{aligned}$$

A vonalak pontonként vetített képei síkgörbék, amelyek homorú oldalukat mindig az y tengely felé fordítják. Két végpontján az irányredukció abszolút értéke nem egyenlő, előjelük ellentétes, ha a vonal az y tengelyt nem metszi. A metszésponton az előjelek lehetnek ellentétesek és megegyezők is. Ebben a metszéspontban inflexió van.

Azok a vonalak, amelyek az x tengellyel párhuzamosak, nincsen irányredukciójuk, az y tengellyel párhuzamos vonalaknak pedig a két végpontján az irányredukció abszolút értéke egyenlő, előjelük ellentétes.

3. Hotine-féle ferdetengelyű Mercator-vetület

3.1. A Hotine-féle vetület

Az EOVS egy olyan vetületi rendszer, amit csak Magyarország területére alkalmaznak. Emiatt a térinformatikai szoftverekbe nem mindig építik bele. Amelyik programcsomag tartalmazza, azokban ez külön be van építve, egyedi névvel ellátva: „Hungarian Grid” vagy „Hungarian EOVS”. Ahol nincs meg, ott a program általában nem tanítható meg a pontos alkalmazásra. Ez a probléma abból adódik, hogy a vetület középpontjának választott földrajzi szélesség nem esik egybe a normálpáralel kör szélességével. A térinformatikai programok pedig nem teszik lehetővé a két szélesség külön paraméterezését. Emiatt többnyire nem lehet megtanítani a programokat erre a vetületi rendszerre.

Létezik egy ellipszoidi alapfelületű ferdetengelyű hengervetület, amit ha megfelelően paraméterezünk, akkor elfogadható pontossággal tudjuk közelíteni az EOVS koordinátákat. A vetületet Hotine-féle ferdetengelyű Mercator-vetületnek nevezik, az angol szakirodalomban: „Hotine Olique Mercator”.

A két 180° -os meridián egyenes vonal, a többi meridián és paralelkör görbe vonalak, amik az egyenlítőt mindenhol merőlegesen metszenek.

Az eredeti vetület koordinátarendszere nyugati tájolású volt. Snyder (Snyder, 1987) azonban javasolta ennek megfordítását.

Fontos ezeken kívül még, hogy a vetület egyik tengelye párhuzamos a vetületi középvonal (segédegyenlítő) képével, ami a Gauss-gömb és a henger érintő főköre, a másik tengely pedig erre a tengelyre merőleges. A koordinátarendszer origója a vetület középvonalának a Gauss-gömb egyenlítőjével alkotott metszéspontja. Ez egy elméleti pont, viszont a vetületi középpont koordinátái ehhez képest könnyen kiszámíthatók.

3.2. A vetület paraméterezése

A vetület többféle képpen paraméterezhető:

- a) a vetület középvonalán megadott két pont földrajzi koordinátaival;
- b) a középvonal egy pontjának földrajzi koordinátaival és a középvonal e pontbeli azimutjával;
- c) segédpólus megadásával.

Jelen szakdolgozatomban a Hotine-féle ferdetengelyű Mercator-vetületnek azt a változatát dolgoztam ki, amelyben a paraméterezés a b) módszer szerint történik.

A paraméterek a következők:

- a és e az ellipszoid két főtengelyének hossza, $a = 6378160$, $e = 0,0818205679$;
- k_0 : redukciós tényező, ami jelen esetben egyenlő lesz azzal, amit az EOVS-nél is használtam, $k_0 = 0,99993$;
- (Φ_0, Λ_c) : a vetület középvonalán elhelyezkedő pont koordinátái, $\Lambda_c = 19^\circ 02' 54,8584''$;
- α_c : a vetületi középvonal azimutja a vetületi középpontban, $\alpha_c = 90^\circ$.

A paraméterek között meg kellett volna említeni a Φ_N , normálpáralelkört, mely mentén a gömbre vetítés hossztorzulásmentes lesz. A ferdetengelyű hengervetületek esetén egyenlő lesz a Φ_0 , vetületi középpont ellipszoidi szélességével. Ez az egyenlőség az EOv-nél nem lesz igaz. A vetület középpontjának választott földrajzi szélesség nem esik egybe a normálpáralel kör szélességével. Ez az eltérés kb. 2,5 km távolságot jelent a valóságban. Ki kell találni, hogy melyik pontot választjuk a 2 pont között húzható egyenesen. Az egyértelmű, hogy bármelyiket is választjuk, a vetület nem fogja visszaadni pontosan az EOv koordinátákat. A tanulmány (Molnár-Tímár, 2002), ami segített a szakdolgozat elkészítésében egy paraméterbecslő eljárással határozta meg az optimális pontot, amihez a legkisebb eltérés tartozik. Ez alapján jött ki a $\Phi_0=47^\circ08'39,8174''$ érték.

3.3. A vetület egyenletei

A Hotine-féle ferdetengelyű Mercator-vetület egyenleteit Snyder (1987) munkája alapján és jelöléseivel mutatom be. A vetület meghatározása tehát a középponttal (Φ_0 , Λ_c) és a rajta áthaladó középvonalnak az északi irányhoz képesti azimutjával (α_c) történik.

$$B = \sqrt{\frac{1+e^2 \cdot \cos^4 \Phi_0}{1-e^2}}$$

$$A = \frac{a \cdot B \cdot k_0 \cdot \sqrt{1-e^2}}{1-e^2 \cdot \sin^2 \Phi_0}$$

$$t_0 = \frac{\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\Phi_0}{2}\right)}{\left(\frac{1-e \cdot \sin \Phi_0}{1+e \cdot \sin \Phi_0}\right)^{\frac{e}{2}}}$$

$$D = \frac{B \cdot \sqrt{(1-e^2)}}{\cos \Phi_0 \cdot \sqrt{1-e^2 \cdot \sin^2 \Phi_0}}$$

$$F = D + \text{sign}(\Phi_0) \sqrt{D^2 - 1}$$

$$E = F \cdot t_0^B$$

$$G = \frac{\frac{F-1}{F}}{2}$$

$$\gamma_0 = \arcsin\left(\frac{\sin(\alpha_c)}{D}\right)$$

$$\Lambda_0 = \Lambda_c - \frac{\arcsin(G \cdot \tan \gamma_0)}{B}, \text{ az EOV közelítésekor ez a}$$

$$\text{képlet a következő alakra egyszerűsödik: } \Lambda_0 = \Lambda_c - \frac{\pi}{2 \cdot B}.$$

Ezen változók felhasználásával ki lehet számítani a (Φ, Λ) pont Hotine-féle ferdetengelyű Mercator-vetületi síkkoordinátáit:

$$t = \frac{\tan\left(\frac{\pi - \Phi}{4}\right)}{\left(\frac{1 - e \cdot \sin \Phi}{1 + e \cdot \sin \Phi}\right)^{\frac{e}{2}}}$$

$$Q = \frac{E}{t \cdot B}$$

$$S = \frac{Q - \frac{1}{Q}}{2}$$

$$T = \frac{Q + \frac{1}{Q}}{2}$$

$$V = \sin[B \cdot \sin(\Phi - \Phi_0)]$$

$$U = \frac{-V \cdot \cos \gamma_0 + S \cdot \sin \gamma_0}{T}$$

$$v = A \cdot \left(\frac{\ln\left(\frac{1-U}{1+U}\right)}{2 \cdot B} \right)$$

$$u = \frac{A}{B} \cdot \arctan \left(\frac{S \cdot \cos \gamma_0 + V \cdot \sin \gamma_0}{\cos[B \cdot (\Lambda - \Lambda_0)]} \right)$$

A középpont koordinátái: $u(\Phi_0, \Lambda_c) = \text{sign}(\Phi_0) \cdot \left(\frac{A}{B}\right) \cdot \text{atan}\left(\frac{\sqrt{D^2-1}}{\cos \alpha_c}\right)$, ez az egyenlet

$\alpha_c = 90^\circ$ esetén a következő alakra egyszerűsödik: $u(\Phi_0, \Lambda_c) = \text{sign}(\Phi_0) \cdot \left(\frac{A \cdot \pi}{2 \cdot B}\right)$;

$$v(\Phi_0, \Lambda_c) = 0.$$

Az EOVS közelítések a vetületi egyenletek: $X = v + 200\,000$;

$$Y = u + 650\,000.$$

4. Az Egységes Országos Vetület és a Hotine-féle ferdetengelyű Mercator-vetület összehasonlítása

Az EOVS behelyettesítéséhez hiányzó paraméterek a tanulmány alapján:

$$Y_0 = 200\,000,00114 \text{ m}$$

$$X_0 = -93\,705\,49,28432 \text{ m}$$

A középvonalnak és a Gauss-gömb egyenlítőjének vett metszéspontja a Hotine-féle vetület kezdőpontja, erre utal a negatív előjel.

Tehát ha a Hotine-féle vetületet az előbbi paraméterekkel definiáljuk, akkor az annyiban tér el az EOVS-tól, hogy az ellipszoidról gömbre vetítés során nincsen torzulásmentes segédparalelkör és a Gauss-gömb sugara is megváltozik, amelynek ellipszoidi szélessége meg fog egyezni az EOVS középpontjának ellipszoidi szélességével. Emiatt meg fog változni a Gauss-gömb sugara is: $R = 63\,797\,26,385 \text{ m}$. 17 m-rel lesz kisebb az EOVS-nál használt gömbi sugárnál.

A fenti paraméterekkel vett Hotine-féle ferdetengelyű Mercator-vetület koordinátái a szabványos EOVS vetület segítségével kapott koordinátáktól maximum 0,17 mm-rel térnek el Magyarország területén (Molnár-Tímár, 2002).

Ahhoz, hogy ezeket az eltéréseket jól tudjuk értelmezni, érdemes átgondolni az EOVSzámítási pontosságát és belső állapotát, alkatát.

A vetületi szabályzatban a vetületi középpont ellipszoidi koordinátáit a szögmásodperc tízezred része pontossággal adják meg. Ha ezt a pontosságot megvizsgáljuk, akkor kiderül, hogy észak-déli irányban 3 mm bizonytalanságot okoz. A szabályzat úgy tekinti, hogy a középpont gömbi szélessége lesz adott és az ellipszoidi szélesség csak tájékoztató jellegű adat, emiatt utóbbi pontosabban is megadható. Viszont a pontosított adat nem fogja befolyásolni az EOVSkoordináták kiszámítását. Abban az esetben, ha EOVSkoordinátákat szeretnénk visszaszámolni mm pontossággal, akkor muszáj lesz százvezred szögmásodperc pontossággal megadni az ellipszoidi szélességet a tízezred szögmásodperc helyett.

A Hotine-féle ferdetengelyű Mercator-vetületnél nem ilyen egyszerű a helyzet, hiszen a paraméterezésnél éppen a középpont ellipszoidi koordinátáit kell felhasználni. A közelítés gyakorlati alkalmazásánál oda kell figyelni ennek a pontosságára. A paraméterek megválasztása térinformatikai szoftvertől függően másként és másként történhet. Előfordulhat, hogy nem tízezred, csak század vagy ezred szögmásodperc pontosan tudjuk beírni a szélesség koordinátáját. Ilyenkor korrigálni kell a középpont észak-déli eltolási paraméterét.

Mivel a szélesség hibáját kell kiküszöbölni, ezért az Y_0 fog megváltozni a következőképpen:

$\Phi_0=47^\circ08'39,8174''$	$\Delta Y = 0,00114 \text{ m}$
$\Phi_0=47^\circ08'39,817''$	$\Delta Y = -0,01122 \text{ m}$
$\Phi_0=47^\circ08'39,82''$	$\Delta Y = 0,08156 \text{ m}$

A Y_0 egyenlet tehát a következőképpen fog kinézni: $Y_0 = 200000 \text{ m} + \Delta Y$.

Végeredményként levonható és érdekes tény, hogy ha a vetületi szabályokat viszonylag durván megváltoztatjuk, akkor nagyon kis hatással van a koordinátákra, amiket eredményként kapunk. Az ellipszoidról gömbre vetítés során a normálpáralelkör 2,5 km-rel délre lett tolva, ami 17 m-rel kisebb sugarú Gauss-gömböt eredményezett. Az ezen keresztül végzett hengerre vetítés, az eredeti EOVSzabványhoz képest csak tizedmilliméteres eltérést okozott.

A leírt vetület pontossága tehát mindenképp alkalmas arra, hogy azokban a térinformatikai szoftverekben, ahol az EOV nem ismert, ott a Hotine-féle ferdetengelyű Mercator-vetülettel helyettesítsük. A közelítés rendkívül kielégítő pontossága miatt geodéziai alkalmazásra is lehetőség nyílik.

A pontosság alátámasztása érdekében a saját határpontjaimra vonatkozóan kiszámoltam az EOV és Hotine koordinátákat is, majd ezeket összevetettem egymással. Eredményül azt kaptam, hogy 0,1613 mm a maximális eltérés a két vetületi rendszer koordinátái között. Az a „hiba”, hogy nekem nem 0,17 mm jött ki eredményül, valószínűleg amiatt adódott, hogy az adatfájlom nem tartalmazza az ország összes határpontját, hanem csak minden 3. pontot.

A fenti következtetés azonban mindenképpen levonható, miszerint a vizsgált vetületi rendszer alkalmazható az EOV helyettesítésére, illetve geodéziai mérések végrehajtására.

5. Az EOV hossztorzulási modulusának vizsgálata

Ha a görbült Földet szeretnénk szabályos alapfelülettel modellezni, leképezni síkra, akkor az alapfelületen lévő objektumok egyes méretviszonyai megváltozhatnak. Ezeket vetületi torzulásoknak nevezzük. Az egyes vetületek legfontosabb tulajdonságai a torzulási viszonyaikra vonatkoznak. Mielőtt egy vetületet térképészetileg alkalmazunk tudnunk kell, hogy milyen objektumok torzulnak és milyen mértékben, illetve vannak-e torzulásmentes helyek és ezek hol helyezkednek el. A vetületi egyenletekből általában levezethetők a vetület torzulási tulajdonságai és a térkép bármely pontjában fellépő torzulási viszonyok.

Általánosságban kimondható, hogy hossztartó vetület nincs. A gömbfelületről való leképezés során nem lehet elkerülni, hogy az egyes vonalak hossza ne változzon meg. Ezt gömbháromszög leképezésével szabályos síkháromszögre könnyen be lehet látni.

Az elkerülhetetlenül fellépő hossztorzulások mellett a térképen torzulhatnak még az irányok, szögek, valamint területek is.

A vetületi torzulások miatt a térképi mérésekből csak a torzulások nagysága és eloszlása ismeretében tudunk megbízhatóan következtetni az alapfelületi objektumokra. A torzulások meghatározása emiatt központi szerepet játszik a vetülettanban.

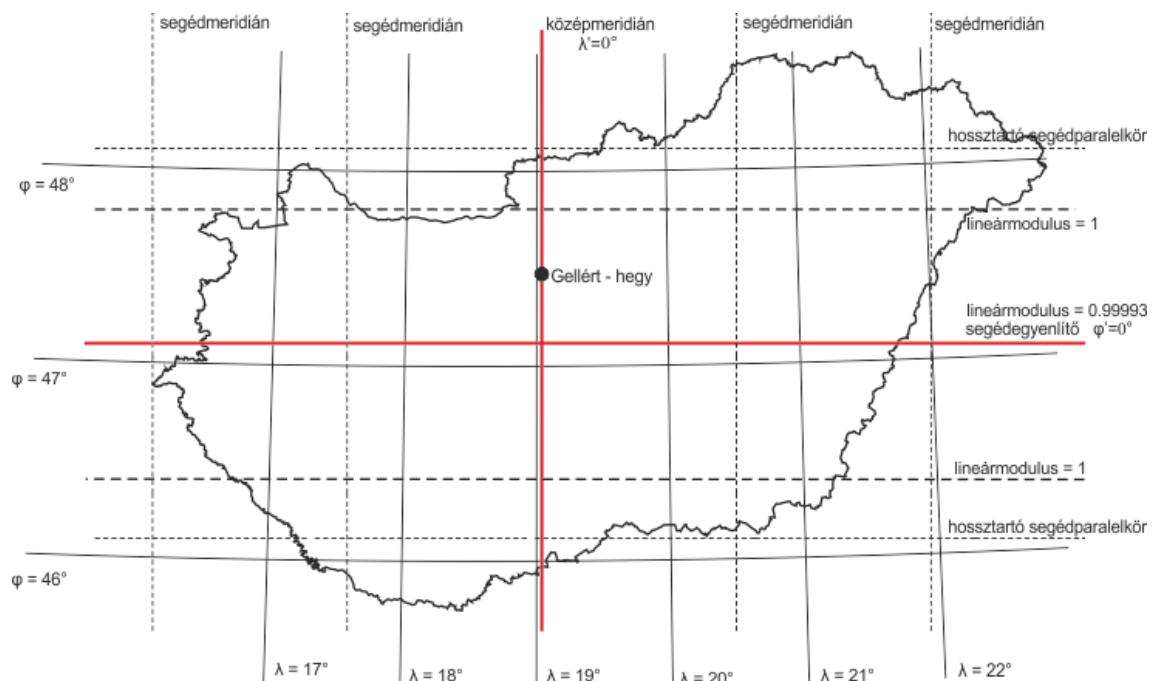
Az EOV egy szögtartó hengervetület, ami azt jelenti, hogy szögtorzulások nem lépnek fel a leképezés során, tehát ennél a vetületnél csak hossz- és területtorzulások vannak. Mivel a területtorzulás a hossztorzulás négyzete, emiatt elegendő csak utóbbit megvizsgálni. A vetületi torzulások elméletéből ismeretes, hogy szögtartó vetület esetén a lineármódulus csak a helytől függ, az iránytól nem. Ez látszik a 12. oldalon megadott képletéből is.

Az EOV-ben a segédegnyelítő mentén a hossztorzulás 0,99993, és van két segédparalelkör, melyek mentén nincs torzulás, illetve közöttük a hossztorzulás 1-nél kisebb, ezeken kívül pedig 1-nél nagyobb. Az ország területén a legnagyobb hossztorzulás az egységtől 10^{-4} nagyságrendben tér el, de nem lehet elkerülni a 10^{-4} -nél nagyobb értékeket. Emiatt különböző módosításokat lehet végrehajtani a pontosság, és kisebb eltérés elérése végett.

Amikor az EOV vetületi egyenleteit kidolgozták, akkor egyes paramétereket rögzítettek meghatározott értékekkel. Ezek a paraméterek módosíthatók anélkül, hogy a vetület alapvető tulajdonságai megváltoznának.

A hengervetület esetén három ilyen paraméter van. A segédegnyelítő és a segédkezdőmeridián metszéspontjának 2 koordinátája. A harmadik paraméter a vetületi méretaránytényező, amit ha 1-nél kisebbnek választunk meg, akkor lesz az „érintő” elhelyezkedésű hengervetületből „metsző”.

A lineármódulus minimum értéke a segédegnyelítő mentén található. Maximális értéke 3/10000 alatt marad az egész ország területén. A legnagyobb torzulások az ország északkeleti részén vannak. Ez annak tudható be, hogy ez az a terület, ami a legmesszebb van a koordinátarendszer középpontjától, illetve a segédegnyelítőtől, emiatt lesznek itt a legnagyobbak az értékek (1. ábra).



1. ábra: Az EOV koordinátarendszere; lineármódulus értékeinek elhelyezkedése; földrajzi fókálózat.

A lineármódulus minimum értéke a segédegyenlítő mentén található. Maximális értéke 3/10000 alatt marad az egész ország területén. A legnagyobb torzulások az ország északkeleti részén vannak. Ez annak tudható be, hogy ez az a terület, ami a legmesszebb van a koordinátarendszer középpontjától, illetve a segédegyenlítőtől, emiatt lesznek itt a legnagyobbak az értékek.

A gömbvetület esetén is van olyan paraméter, aminek megváltoztatásával nem módosíthatók a vetületi alapvető tulajdonságai, ez a normálszélesség. Viszont ennek változtatása nem javít lényegesen a hossztorzulási viszonyokon. Komoly javulást tehát csak a hengervetület paramétereinek megváltoztatásától várhatunk.

Ahogy már korábban az EOV jellemzésében leírtam, a három paramétert a következőképpen választották meg: $\varphi_k = 47^\circ 6' 0,0'' = 47,1^\circ$, $\lambda_k = 0^\circ$ és $k = 0,99993$. Ezen paraméterek mellett az én adataimból kiszámított maximális hossztorzulás értéke:

$$l_{\max} = 1,0002561618563495.$$

5.1. Vetületi méretarány-tényező megváltoztatása

Az első kérdés, ami felvetődik, hogy mi történik abban az esetben, amikor a redukciós tényezőt nem 0,99993-nak választjuk meg, és a többi paramétert nem változtatjuk. A redukciós tényező változtatgatását addig végezzük, amíg a lineármódulusok maximum és minimum értékeinek 1-től való eltérése egymással egyenlő nem lesz.

Mivel csak a segédegyenlítőn vett redukciós tényező értékét változtatjuk, a tengelyek ugyanúgy egybeesnek, mint az eredeti vetületnél, így mást nem kell a szabványos vetületi egyenleteken változtatni. Az eredményből látszik, hogy csökkentést kell végrehajtani, ami az EOV-ra nézve arányos kicsinyítést fog eredményezni. A határpontok EOV koordinátái meg fognak változni. A legnagyobb mértékben az ország észak-keleti határán, a Nagy-Milicnél, ahol a legnagyobb volt a lineármódulus értéke. Annak következtében, hogy a redukciós tényező értékét csökkentjük és ez arányos kicsinyítést eredményez, a pontok koordinátái és lineármódulusai is arányosan csökkenni fognak.

Eredményül kapjuk hat tizedesjegy pontossággal dolgozva, hogy

$$k = 0,999836$$

esetén a maximális eltérés minimuma $\Delta l = 0,0001622894845115$.

Az EOV-t közelítő Hotine-féle vetületbe az új redukciós tényezőt beírva, a fentiekben megadott vetület koordinátái az eredetihez hasonló pontossággal reprodukálható.

Amiből az következik, hogy a vetületi méretarány-tényező optimalizálása jelentős javulásokat okoz a hossztorzulási viszonyokban. Érdeemes azonban más lehetőségeket is megvizsgálni, mert előfordulhat, hogy azzal jobb eredményt lehet elérni.

5.2. Vetületi kezdőpont megváltoztatása

Megvizsgálhatjuk, hogy mi történik abban az esetben, amikor a vetületi kezdőpont egyik koordinátája változik meg. Nem érdemes a segéd-kezdőmeridiánt, vagyis a hosszúsági koordináta értékét megváltoztatni. Ez is számottevően javítaná a lineármódulus értékeit (Juhász, 2008), viszont a Gellérthegy középmeridiántól nem kívántunk eltérni. Ezért elégedjünk meg a szélességi koordináta vizsgálatával.

Ha φ_k -t változtatjuk, akkor az semmilyen változást nem fog okozni a vetületi egyenletek alakjában, ezért érdemes annak értékét módosítani. Ez tulajdonképpen azt jelenti, hogy a segédegyenlítőt kell elmozdítani északi vagy déli irányba. Ennek köszönhetően az eltolás előtti Y tengely fog helyet változtatni, ami a pontok koordinátáin is változást eredményez. Az X koordináták értékei csökkenni fognak. Mivel 5 tizedesjegy pontossággal lett kiszámolva az új szélességi koordináta, ez azt jelenti, hogy 10 méteres pontossággal meg van adva az észak felé eltolás mértéke. Az Y koordináták maradnak az eredeti értékek, hiszen az Y tengelyen semmilyen változtatást nem hajtottunk végre, csak el lett tolva párhuzamosan az eredeti helyzetével.

A vizsgálat során arra a következtetésre jutottam, hogy észak felé kell eltolni a segédegyenlítőt, 0,03024 fokkal. Tehát, ha $\varphi_k = 47,13024^\circ$,

$$\text{akkor } \Delta l = 0,0002429764453.$$

Az eredményből látszik, hogy a kezdőpont szélességének megváltoztatása nem okoz számottevő változtatást a lineármódulusban. Ez az jelenti, hogy akik megalkották az EOV vetületi szabályzatát, nagyon jól megtalálták azt a kezdőpontot, ami a legoptimálisabb a vetület számára.

A Hotine-féle ferdetengelyű Mercator-vetületben is megvizsgáltam a vetületi kezdőpont szélességének koordinátáját. Ha $\varphi_k = 47,17468083^\circ$, akkor a legnagyobb eltérés a két vetület pontjai között 2 mm körüli értéknek adódik.

5.3. Kezdőmeridián azimutjának megváltoztatása

A három, szabályzatban meghatározott paraméter közül kettő megváltoztatása különböző módon befolyásolta a lineármódulusok értékét, az egyikkel jelentős javulást lehet elérni, a másik csak kis mértékben befolyásoló tényező. Létezik még egy további paraméter is, amit meg lehet változtatni az optimalizálás érdekében. A probléma csupán az, hogy az előző kettővel ellentétben, ennek megváltoztatása komoly változásokat okoz az eredeti vetületi egyenletekben.

Ez a negyedik, módosító paraméter a kezdőmeridián azimutja. Vagyis a kezdőmeridiánt elforgatjuk az északi irányhoz képest, emiatt a segéd-kezdőmeridián nem fog áthaladni az Északi-sarkon. Ebben az esetben az elforgatott segédmeridián nem esik egybe egy valódi meridiánnal. Ha tehát adott egy tetszőleges vetületi kezdőpont és egy azimut, amivel a kezdőmeridián el fog térni az északi iránytól akkor ehhez léteznie kell egy olyan vetületi kezdőpontnak, ami az Északi-sarkon áthaladó kezdőmeridiánnal rendelkezik és ahol a segédegnyelítő az előző szerkezetben létrejövő segédegnyelítővel egybeesik.



2. ábra: Az új vetületi kezdőpont elhelyezkedése; segédegnyelítő és segéd-kezdőmeridián.

A segédegnyelítők egybeeséséből következik, hogy a torzulási viszonyok is megfognak egyezni az elforgatás előtti rendszerrel. Ennek oka, hogy a hengervetület lineármódulusa csak a segédszélességtől függ.

A fő kérdés az, hogy hogyan kell megválasztani a kezdőmeridián azimutját annak érdekében, hogy a lineármódulus a legkedvezőbb legyen az ország egész területén.

Szemmel látható és egyértelmű az 1. ábra alapján, hogy az azimutot csökkenteni kell. Így az országhatár maximális és minimális segédszélességű pontjai közelebb kerülnek a segédegnyelítőhöz, ezáltal a maximális lineármódulus értéke csökken.

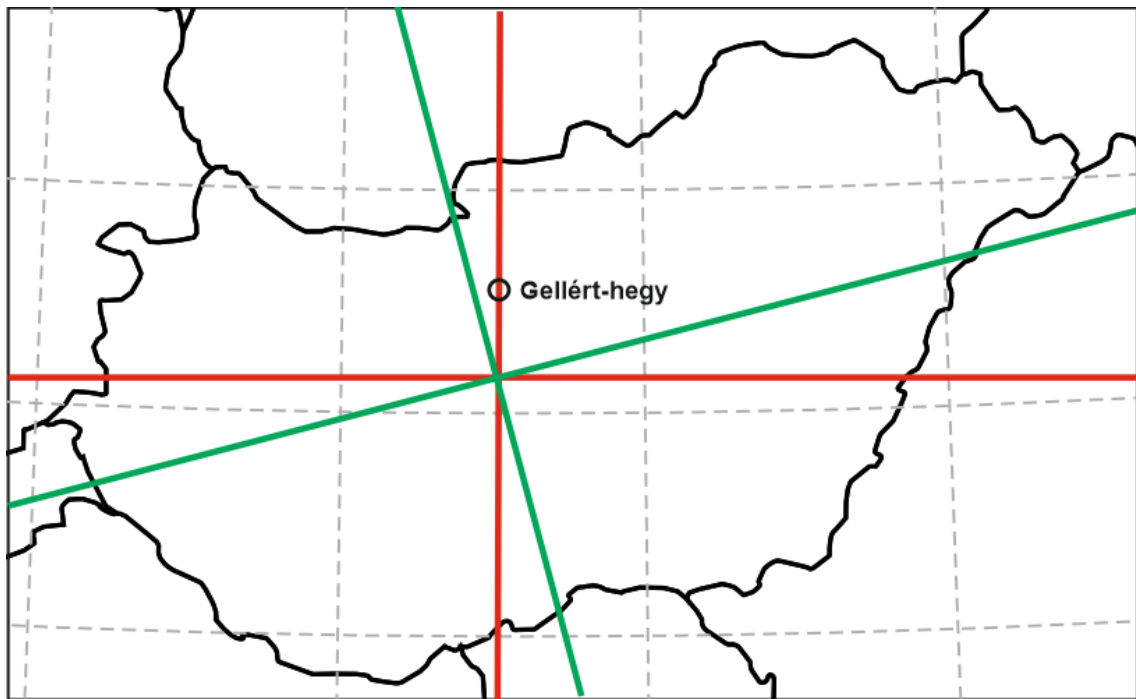
Az azimut folyamatos csökkentésével és vizsgálatával arra jutottam, hogy ha $75,354^\circ$ -nak választom meg a kezdőmeridián azimutját, akkor a határon fellépő lineármódulusok 1-től való maximális értékének a minimumára le tudom csökkenteni. Ezt az elforgatott, új vetületet mutatja be a 2. ábra. A vetületnek új kezdőpontja lesz, ami Kelet-Ukrajna területére fog esni. Az új vetületi középpont koordinátái a következők lesznek (a hosszúságot a Gellérthegyi kezdőmeridiántól értve):

$$\varphi_k = 48,806671^\circ, \quad \lambda_k = 19,634088778^\circ.$$

Ez az elforgatás tehát azt fogja eredményezni, hogy a redukált, ferdetengelyű, szögtartó hengervetület lineármódulusának maximumát jelentős mértékben le lehet csökkenteni:

$$\Delta l = 0,0001684890258.$$

Ahogy Δl mutatja, az eredeti maximumtól való eltérés számottevő, azonban érdemes megemlíteni két dolgot. Az egyik, hogy ha az 5.1. pontban bemutatott redukciós tényezőt változtatjuk, akkor jobb eredményt lehet elérni és a vetületi szabályzatban foglalt eredeti egyenleteket sem kell megváltoztatni. A másik, hogy a torzulásokon valóban javít, ha a kezdőmeridián azimutját változtatjuk meg, azonban sok hátránya is van ennek a módszernek.



3. ábra: Zöld vonalak: elforgaott rendszerbeli segédegnyelítő és segédmeridián;
piros vonalak: visszaforgatott segédegnyelítő és visszaforgatott, visszatolt segéd-kezdőmeridián.

Hátrány például az, hogy ha az elforgatott vetületet visszaforgatjuk (3. ábra), akkor nem nyerhetők vissza az eredeti koordináták. Több méteres különbségek is adódhatnak egy-egy pont eredeti és elforgatott, majd visszaforgatott koordinátái között.

Az elforgatás és a visszaforgatás következtében a Gellért-hegyi meridián képe nem egyenes, hanem enyhén ívelt vonal lesz (3. ábra). Szabad szemmel nehezen észrevehető, mert nagyon kismértékű az ív, de a kiszámított eredmények alapján jól látszik, hogy nem egy egyenes a meridián képe. Északi irányban, kissé keletre, déli irányban pedig nyugatra hajlik. Ennek következtében az új koordinátarendszer eltolás előtti x tengelye nem fog átmenni a Gellért-hegy ponton.

6. Összefoglalás

A bevezetésben megfogalmazott fő kérdésre a választ sikerült megkapnom. Le lehet csökkenteni a torzulások értékét egyes paraméterek megváltoztatásával az Egységes Országos Vetületnél, azonban ezekkel a változtatásokkal sem lehet elérni az ország egész területére nézve az 1/10000-es határt, ami a geodéziában elvárható lenne.

A három kiemelt eset mindegyikével csökkenthetők a torzulási értékek. Az első esetben, amikor a redukciós tényezőt változtattam meg, az értékek rendkívül kedvező módon változtak. Az eredeti 1-től való maximum érték több mint felére csökkent le. Az EOVS redukciós tényezője (0,99993) tehát a hossztorzulások szempontjából nem optimális.

A másodiknál, a vetületi kezdőpont megváltoztatásánál az értékek csak nagyon kicsit változtak meg, ez tehát azt jelenti, hogy az EOVS vetület kezdőpontját a hossztorzulások szempontjából előnyösen választották meg. Fontos megjegyezni azonban, hogy ebben az esetben az Y koordinátatengely áthelyeződik, amit a későbbi számítások során figyelembe kell majd venni.

A harmadik esetben szintén az elvártaknak megfelelően csökkentek a torzulási értékek. A segéd-kezdőmeridián azimutjának megváltoztatásával azonban a vetületi egyenletek megváltoztak. A visszaforgatás és a kezdőpont visszatolása után ráadásul az eredeti segéd-kezdőmeridián képe meg is változott. Merőlegesen metszi a segédegyenlítőt, azonban enyhén meghajlik, nem fog átmenni a Gellért-hegy ponton, illetve ezáltal nem fog egybeesni a Gellért-hegyi meridián képével. Ezek komoly változások az eredeti vetülethez képest.

Összességében azonban az eredeti célkitűzést sikerült elérni, egyes paraméterek megváltoztatásával csökkenthetők az eredeti torzulási értékek.

A szakdolgozat elkészítéséhez szükségem volt programokra, amiket én írtam meg Java programozási nyelven. Futtatási környezetnek a NetBeans IDE alkalmazás 8.1-es verzióját használtam. CD-re kiírva mellékeltem az elkészült programokat, illetve a 7. fejezetben rövid ismertetés található az egyes programokról.

7. Melléklet

- `ellipsoid_gomb_eov` : ellipszoidi Φ és Λ koordinátákból kiszámítja a gömbi, majd az EOV síkkoordinátákat.
- `eltoltseg`: az új, elforgatott vetület síkkoordinátái számítja ki. Több módon is lehet „használni”, ami a bemenő adatokat illeti. Alaphelyzetben az eredeti EOV koordinátákból számítja ki az új vetületi síkkoordinátákat.
- `eov_gomb_ellipsoid`: EOV koordinátákból számol vissza gömbi, majd ellipszoidi Φ és Λ koordinátákat.
- `fuggveny`: ellipszoidi Φ, Λ koordinátákból Hotine-féle ferdetengelyű Mercator-vetületi síkkoordinátákat számol.
- `hengervetulet_redukcio`: több kisebb alprogram található benne. Hengervetület lineármódulusának kiszámítása gömbi segédkoordinátával. Hengervetület lineármódulusának kiszámítása síkkoordinátával. Hossztorzulási tényező számítása síkkoordinátákkal. Második irányredukció számítása. Vetületi meridiánkonvergencia számítása.
- `hotine_javitott`: ellipszoidi Φ és Λ koordinátákból Hotine síkkoordináták számolása.
- `inverz_fuggveny`: ellipszoidi Φ és Λ koordinátákból Hotine síkkoordináták számolása, illetve ennek inverze, síkkoordinátákból ellipszoidi koordináták számítása.
- `linmodul_valt`: ellipszoidi Φ és Λ koordinátákból EOV koordináták lineármódulusának kiszámítása, illetve a vetületi kezdőpont változásának vizsgálata.
- `min_max`: bemenő fájlból kiszámítja a minimum és maximum értéket.

8. Felhasznált irodalom

Molnár Gábor – Tímár Gábor : Az EOY-koordináták nagy pontosságú közelítése Hotine-féle ferdetengelyű Mercator-vetülettel (Geodézia és kartográfia 2002, 54(3), 18-22)

Dr. Vincze Vilmos (szerkesztő): Geodéziai számítások (Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest 1959)

Györffy János: Térképészet és geoinformatika II., Térképvetületek (ELTE Eötvös Kiadó, Budapest 2012)

John P. Snyder: Map Projections – A Working Manual (United States Government Printing Office, Washington 1987)

Vetületi szabályzat az Egységes Országos Vetületi Rendszer alkalmazására (MÉM Országos Földügyi és Térképészeti Hivatal, Budapest 1975)

Juhász Péter: Magyarországi topográfiai térképek vetületének torzulási vizsgálata (Eötvös Loránd Tudományegyetem, Természettudományi Kar, Budapest 2008)

<http://mercator.elte.hu/~gyorffy/jegyzete/jegyzete.html>

Fülöp Dávid: Ferdetengelyű szögtartó hengervetületek a térképészetben (Eötvös Loránd Tudományegyetem, Természettudományi Kar, Budapest 2012)

Köszönetnyilvánítás

Szeretném megköszönni témavezetőmnek, Györffy Jánosnak a rengeteg segítséget, amit kaptam a szakdolgozatom elkészítéséhez.

Köszönetet szeretnék mondani ezen kívül Gede Mátyás tanár úrnak, hogy megtanított programozni, illetve bármilyen kérdéssel fordulhattam hozzá, mindig rendelkezésemre állt és segített.

Köszönöm barátaimnak a lelkesítést a legnehezebb időszakokban is, hogy mindig mellettem álltak és bíztak bennem.

A legnagyobb köszönet a családomnak szól, akik mindig segítettek és támogattak abban, hogy idáig eljussak.

Nyilatkozat

Alulírott, Szántó Henriett nyilatkozom, hogy jelen szakdolgozatom teljes egészében saját, önálló szellemi termékem. A szakdolgozatot sem részben, sem egészében semmilyen más felsőfokú oktatási vagy egyéb intézménybe nem nyújtottam be. A szakdolgozatomban felhasznált, szerzői joggal védett anyagokra vonatkozó engedély a mellékletben megtalálható.

A témavezető által benyújtásra elfogadott szakdolgozat PDF formátumban való elektronikus publikálásához a tanszéki honlapon

HOZZÁJÁRULOK

NEM JÁRULOK HOZZÁ

Budapest, 2017. május 15.

.....
a hallgató aláírása